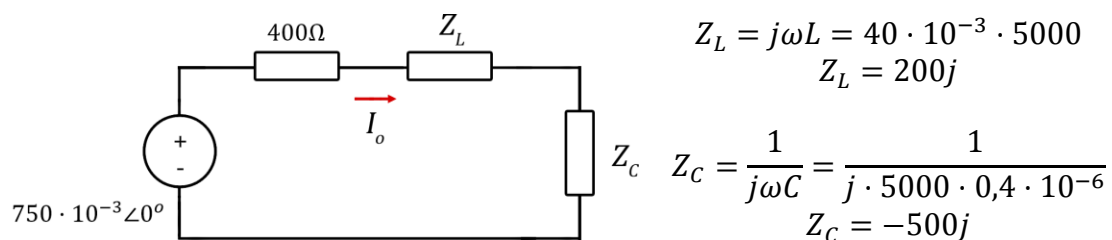
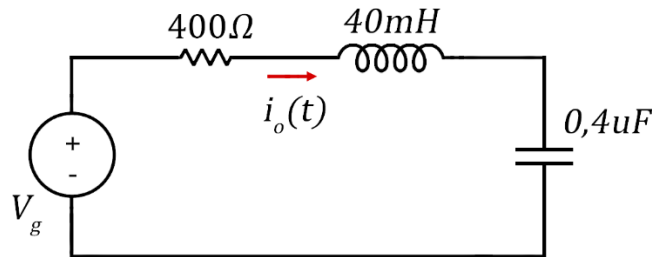


RESOLUÇÃO DA LISTA II – P3

9.25) Determine a expressão em regime permanente $i_o(t)$ no circuito abaixo se $v_s = 750\cos(5000t)\text{mV}$



Sabemos que a corrente no domínio dos fasores pode ser calculada com a seguinte relação

$$\mathbb{I} = \frac{\mathbb{V}_s}{Z_{eq}}$$

A impedância equivalente é a soma simples das impedâncias dos componentes

$$Z_{eq} = 400 + j200 - 500j = (400 - j300) \Omega$$

Então:

$$\mathbb{I} = \frac{750\text{m} \angle 0^\circ}{400 - j300}$$

Antes de calcular $\mathbb{I}$, devemos transformar a impedância equivalente que está na forma retangular para a forma polar:

$$400 - j300 = \sqrt{400^2 + (-300)^2} \angle \text{atan}\left(-\frac{300}{400}\right)$$

$$400 - j300 = 500 \angle -36,87^\circ \Omega$$

$$I = \frac{750m \angle 0^\circ}{500 \angle -36,87^\circ} = \frac{750m}{500} \angle (0^\circ - (-36,86^\circ))$$

$$I = 1,5m \angle 36,87^\circ$$

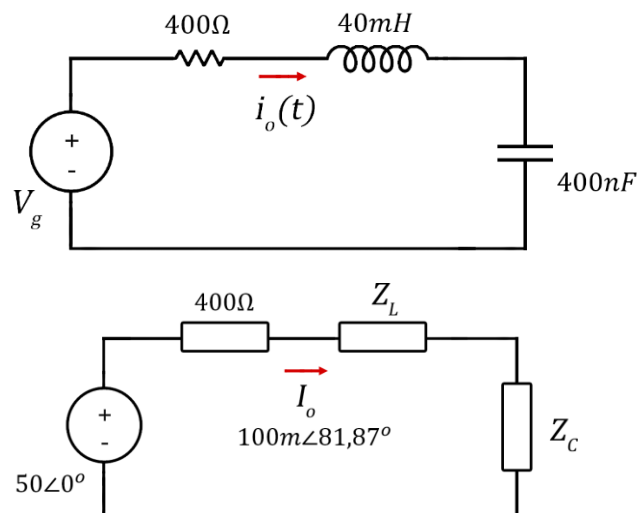
Por fim voltamos ao domínio do tempo

$$i(t) = 1,5 \cdot \cos(5000 \cdot t + 36,87^\circ) \text{ mA}$$

9.26) O circuito abaixo está em regime permanente senoidal. Determine o valor de ω se:

$$i_o = 100 \cdot \text{sen}(\omega t + 81,87^\circ) \text{ mA}$$

$$v_g = 50 \cdot \cos(\omega t - 45^\circ) \text{ V}$$



Note que a corrente está definida na função seno e a tensão cosseno, como deduzimos o fasor pela relação cosseno, primeiro devemos colocar a corrente em função cosseno, sabe-se que:

$$\cos(\omega t - 90^\circ) = \text{sen}(\omega t)$$

Caso tenha dúvidas em relação as conversões trigonométricas, utilize a calculadora para verificar as igualdades.

Portanto:

$$i_o = 100 \cdot \cos(\omega t + 81,87^\circ - 90^\circ) = 100 \cdot \cos(\omega t - 8,13^\circ) \text{ mA}$$

$$v_g = 50 \cdot \cos(\omega t - 45^\circ) \text{ V}$$

Sabemos que:

$$I_o = \frac{V_g}{Z_{eq}}$$

As equações que definem i_o e v_g foram informadas pelo exercício, portando podemos encontrar a forma polar que define a impedância equivalente pela relação entre I_o e V_g e igualarmos com a associação em série das impedâncias. Assim teremos uma equação cuja a incógnita é o ω .

$$Z_{eq} = \frac{50\angle -45^\circ}{100\text{mA}\angle -8,13^\circ} = 500\angle -36,87^\circ \Omega$$

$$x = 500 \cdot \cos(-36,87) = 400$$

$$y = 500 \cdot \sin(-36,87) = -300$$

$$Z_{eq} = 400 - j300 \Omega$$

Pela associação em série das impedâncias temos:

$$Z_{eq} = 400 + j(40 \cdot 10^{-3}\omega - \frac{2,5 \cdot 10^6}{\omega})$$

Igualando:

$$400 - j300 = 400 + j(40 \cdot 10^{-3}\omega - \frac{2,5 \cdot 10^6}{\omega})$$

$$\Re(400) = \Re(400) \rightarrow OK$$

$$\Im(-300) = \Im\left(40 \cdot 10^{-3}\omega - \frac{2,5 \cdot 10^6}{\omega}\right)$$

$$-300 = 40 \cdot 10^{-3}\omega - \frac{2,5 \cdot 10^6}{\omega}$$

$$-300\omega = 40 \cdot 10^{-3}\omega^2 - 2,5 \cdot 10^6$$

$$40 \cdot 10^{-3} \omega^2 + 300 \omega - 2,5 \cdot 10^6 = 0$$

$$\omega_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

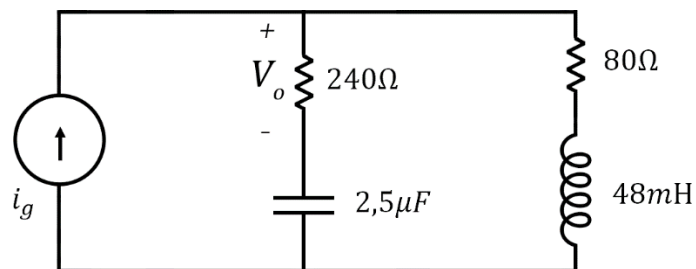
$$\omega_{1,2} = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot (-2,5 \cdot 10^6)}}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}$$

$$\omega_{1,2} = \frac{-300 \pm 700}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} = -3750 \pm 8750$$

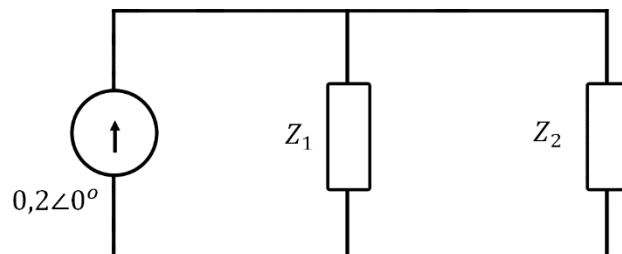
Como só podemos ter uma frequência angular positiva:

$$\omega = 5000 \text{ rad/s}$$

9.27) Determine a expressão de regime permanente para v_o no circuito abaixo se $i_g = 200 \cdot \cos(5000t) \text{ mA}$.



Primeiramente associamos as impedâncias afim de configurarmos um divisor de corrente



$$Z_1 = 240 + \frac{1}{j \cdot 5000 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}} = 240 - j80 \Omega$$

$$Z_2 = 80 + j \cdot 5000 \cdot 48 \cdot 10^{-3} = 80 + j240 \Omega$$

Pelo princípio do divisor de corrente calculamos $\mathbb{I}_1$. Lembrando todos os métodos de análise de circuitos vistos com circuitos resistivos simples, são válidos para análise em corrente alternada.

$$\begin{aligned}\mathbb{I}_1 &= \mathbb{I}_g \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \\ \mathbb{I}_1 &= 0,2 \angle 0^\circ \cdot \frac{80 + j240}{(240 - j80) + (80 + j240)} \\ \mathbb{I}_1 &= 0,2 \angle 0^\circ \cdot \frac{80 + j240}{320 + j160}\end{aligned}$$

Transformando todos os números complexos para a configuração polar

$$\begin{aligned}\mathbb{I}_1 &= 0,2 \angle 0^\circ \cdot \frac{\sqrt{80^2 + 240^2} \angle \operatorname{atan}\left(\frac{240}{80}\right)}{\sqrt{320^2 + 160^2} \angle \operatorname{atan}\left(\frac{160}{320}\right)} \\ \mathbb{I}_1 &= 0,2 \angle 0^\circ \cdot \frac{252,98 \angle 71,56^\circ}{357,77 \angle 26,56^\circ} \\ \mathbb{I}_1 &= \left(0,2 \cdot \left(\frac{252,98}{357,77}\right)\right) \angle (0^\circ + (71,56^\circ - 26,56^\circ))\end{aligned}$$

$$\mathbb{I}_1 = 141,42 \cdot 10^{-3} \angle 45^\circ$$

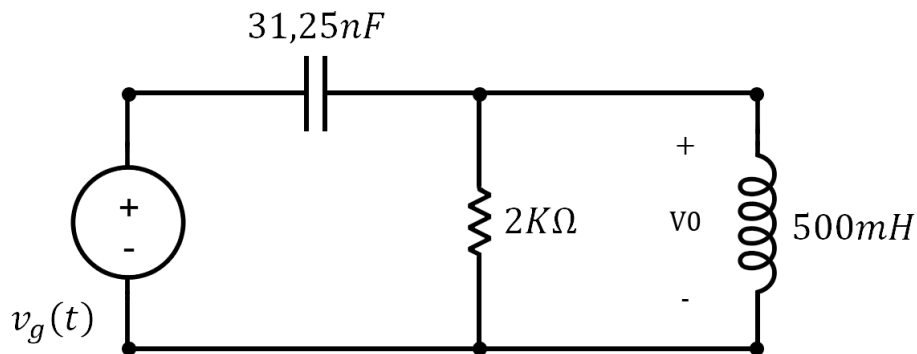
Para calcular $\mathbb{V}_o$ basta multiplicar a corrente $\mathbb{I}_1$ pela impedância do resistor de 240Ω

$$\begin{aligned}\mathbb{V}_o &= (141,42 \cdot 10^{-3} \angle 45^\circ) \cdot (240 + j0) \\ \mathbb{V}_o &= (141,42 \cdot 10^{-3} \angle 45^\circ) \cdot (240 \angle 0^\circ) \\ \mathbb{V}_o &= 33,94 \angle 45^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

No domínio do tempo temos:

$$v_o = 33,94 \cdot \cos(5000t + 45^\circ) \text{ V}$$

9.28) O circuito abaixo está em regime perante senoidal. Determine a expressão de regime permanente para $v_o(t)$ se $v_g = 64 \cdot \cos(8000t) \text{ V}$



Uma vez que a tensão v_o é igual a tensão do resistor, do indutor e também da associação em paralelo desses componentes, então:

$$Z_{eq} = (2000 + j0) \parallel (0 + j4000)$$

$$Z_{eq} = \frac{(2000 + j0) \cdot (0 + j4000)}{(2000 + j0) + (0 + j4000)}$$

$$Z_{eq} = \frac{(2000 \angle 0^\circ) \cdot (4000 \angle 90^\circ)}{2000 + j4000}$$

$$Z_{eq} = \frac{8 \cdot 10^6 \angle 90^\circ}{\sqrt{2000^2 + 4000^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{4000}{2000}\right)} = \frac{8 \cdot 10^6 \angle 90^\circ}{4472,13 \angle 63,43^\circ}$$

$$Z_{eq} = \frac{8 \cdot 10^6 \angle 90^\circ}{4472,13 \angle 63,43^\circ} = 1788,86 \angle 26,57^\circ \Omega$$

Calculando V_o pelo divisor de tensão:

$$V_o = V_g \cdot \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + Z_C} = 64 \angle 0^\circ \cdot \frac{1788,86 \angle 26,57^\circ}{1788,86 \angle 26,57^\circ + (0 - j4000)}$$

$$1788,86 \angle 26,57^\circ = 1788,86 (\cos(26,57^\circ) + j \sin(26,57^\circ))$$

$$1788,86\angle 26,57^\circ = 1600 + j800,14$$

$$\mathbb{V}_o = 64\angle 0^\circ \cdot \frac{1788,86\angle 26,57^\circ}{(1600 + j800,14) + (0 - j4000)}$$

$$\mathbb{V}_o = 64\angle 0^\circ \cdot \frac{1788,86\angle 26,57^\circ}{1600 - j3199,86}$$

$$\mathbb{V}_o = 64\angle 0^\circ \cdot \frac{1788,86\angle 26,57^\circ}{\sqrt{1600^2 + (-3199,86)^2} \angle \operatorname{atan}\left(\frac{-3199,86}{1600}\right)}$$

$$\mathbb{V}_o = 64\angle 0^\circ \cdot \frac{1788,86\angle 26,57^\circ}{3577,58\angle -63,43^\circ}$$

$$\mathbb{V}_o = \left(64 \cdot \left(\frac{1788,86}{3577,58}\right)\right) \angle (0^\circ + (26,57^\circ + (-63,43^\circ)))$$

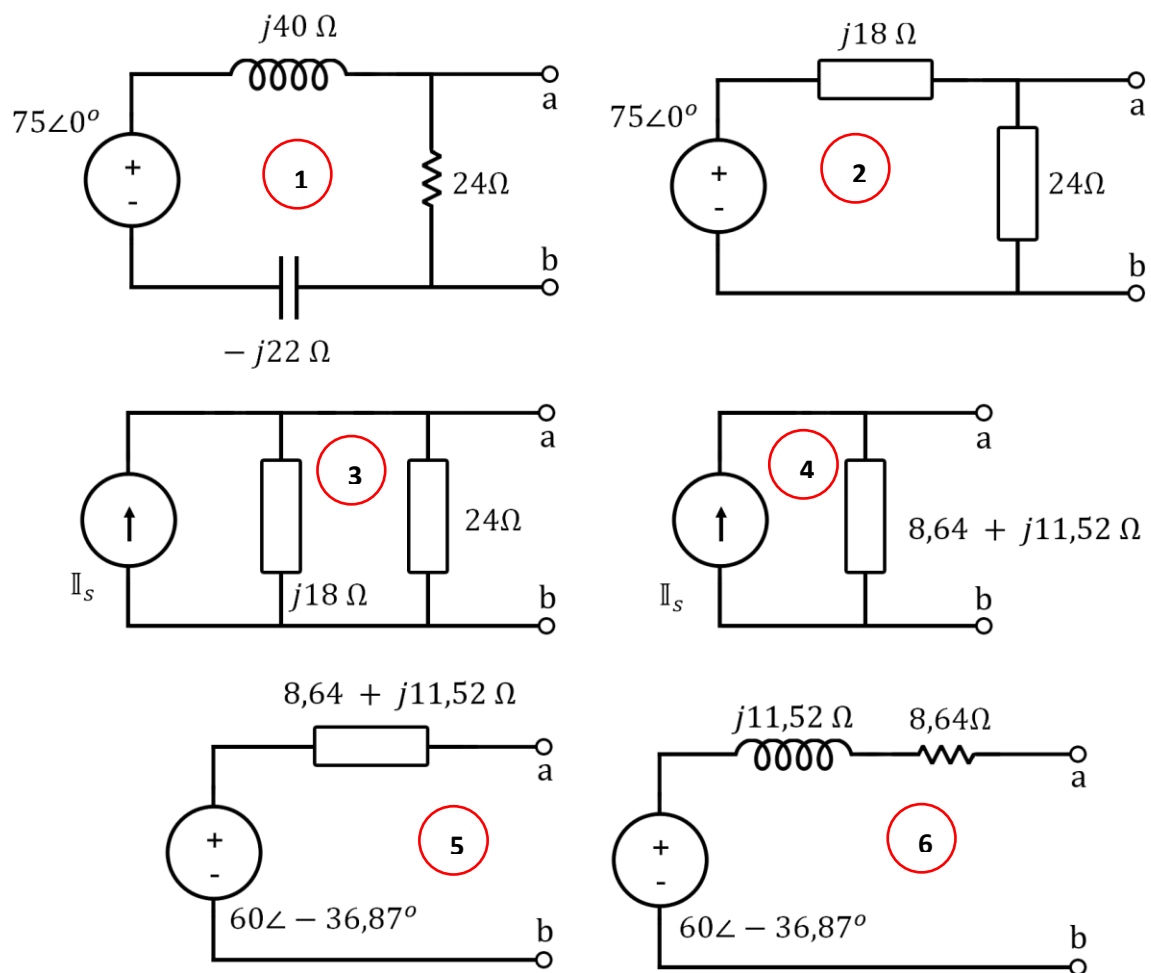
$$\mathbb{V}_o = \left(64 \cdot \left(\frac{1788,86}{3577,58}\right)\right) \angle (0^\circ + (26,57^\circ + (-63,43^\circ)))$$

$$\mathbb{V}_o = 32\angle 90^\circ$$

Voltando para o domínio do tempo temos:

$$v_o(t) = 32 \cdot \cos(8000t + 90^\circ) V$$

9.40) Use transformações de fonte para determinar o circuito equivalente do Thévenin visto a partir dos terminais a,b para o circuito abaixo:



Passo 1-2 (Associação de impedâncias):

$$Z_{eq} = (0 - j22) + (0 + j44) = j18 \Omega$$

Passo 2-3 (Transformação de fontes):

$$I_s = \frac{V_s}{Z} = \frac{75\angle 0^\circ}{j18} = \frac{75\angle 0^\circ}{18\angle 90^\circ} = 4,167\angle -90^\circ A$$

Passo 3-4 (Impedâncias em paralelo):

$$Z_{eq} = (0 + j18) \parallel (24 + j0) = \frac{(0 + j18) \cdot (24 + j0)}{(0 + j18) + (24 + j0)} = \frac{(18\angle 90^\circ) \cdot (24\angle 0^\circ)}{24 + j18}$$

$$Z_{eq} = \frac{432\angle 90^\circ}{\sqrt{24^2 + 18^2}\angle \tan^{-1}\left(\frac{18}{24}\right)} = \frac{432\angle 90^\circ}{30\angle 36,87^\circ} = 14,4\angle 53,13^\circ$$

$$Z_{eq} = 14,4\angle 53,13^\circ = 14,4 \cdot (\cos(53,13) + j\sin(53,13)) = 8,64 + j11,52 \, \Omega$$

Passo 4-5 (Transformação de fontes):

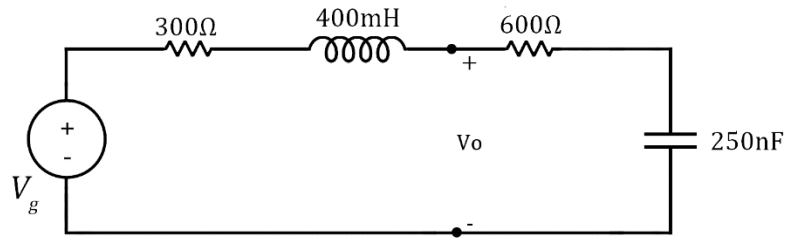
$$\mathbb{V}_s = \mathbb{I}_s \cdot Z = (4,167\angle -90^\circ) \cdot (14,4\angle 53,13^\circ) = 60\angle -36,87^\circ \, V$$

Passo 5-6 (Expandir componentes):

A impedância equivalente de Thévenin possui uma parte real e uma parte imaginária. A parte real representa um resistor (uma vez que o resistor possui apenas a parte real), a parte imaginária pode representar um indutor ou um capacitor, caso a impedância seja negativa essa componente irá representar um capacitor, pois os capacitores possuem impedância negativa ($Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$), caso a impedância seja positiva essa componente irá representar um indutor ($Z_L = +j\omega L$).

Neste caso temos um indutor pois.

9.62) Use o conceito da divisão de tensão para determinar a expressão de regime permanente para $v_o(t)$ se $v_g(t) = 75 \cdot \cos(5000t) V$.



O enunciado pede para que calculemos a tensão entre a associação do resistor de 600Ω em série com o capacitor de $250nF$. Portanto vamos realizar as associações e utilizar o divisor de tensão.

$$Z_1 = (300 + j0) + (0 + j2000) = 300 + j2000$$

$$Z_2 = (600 + j0) + (0 - j800) = 600 - j800$$

$$V_o = V_g \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

$$V_o = 75\angle 0^\circ \cdot \frac{600 - j800}{(600 - j800) + (300 + j2000)}$$

$$V_o = 75\angle 0^\circ \cdot \frac{600 - j800}{900 + j1200}$$

$$V_o = 75\angle 0^\circ \cdot \frac{\sqrt{600^2 + (-800)^2} \angle \operatorname{atan}\left(-\frac{800}{600}\right)}{\sqrt{900^2 + 1200^2} \angle \operatorname{atan}\left(\frac{1200}{900}\right)}$$

$$V_o = 75\angle 0^\circ \cdot \frac{1000\angle -53,13^\circ}{1500\angle 53,13^\circ}$$

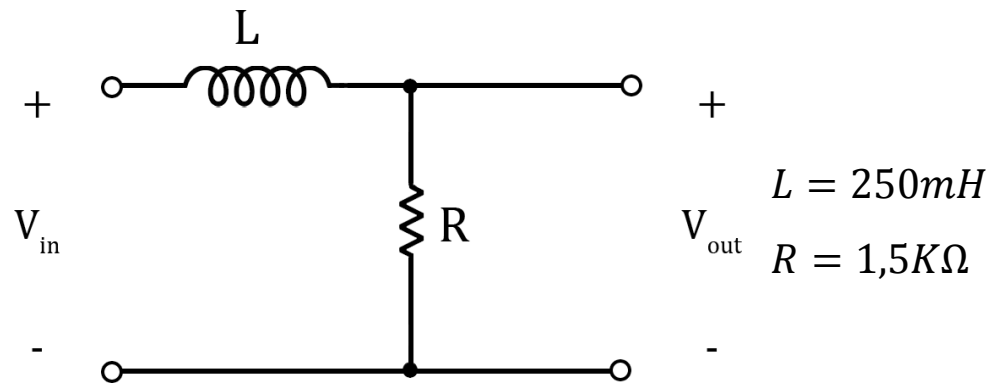
$$V_o = \left(75 \cdot \left(\frac{1000}{1500}\right)\right) \angle 0^\circ + (-53,13^\circ - 53,13^\circ)$$

$$V_o = 50\angle -106,26^\circ$$

Voltando para o tempo temos:

$$v_o(t) = 50 \cdot \cos(5000t - 106,26^\circ) V$$

14.1) De acordo com o filtro:



a) Determine a frequência de corte em Hz para o filtro RL.

$$\omega_o = \frac{R}{L} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{250 \cdot 10^{-3}} = 6000 \text{ rad/s}$$

b) Calcule $H(\omega)$ em $\omega = \omega_o$, $\omega = 0,3\omega_o$ e $\omega = 3\omega_o$

A função transferência, de forma genérica, é descrita por:

$$H(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \cdot \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

$$\omega = \omega_o$$

$$H(\omega_o) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega_o}{\omega_o}} = \frac{1}{1 + j} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{1^2 + 1^2}\angle \text{atan}\left(\frac{1}{1}\right)} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{2}\angle 45^\circ}$$

$$H(\omega_o) = 0,707\angle -45^\circ$$

$$\omega = 0,3 \cdot \omega_o$$

$$H(0,3 \cdot \omega_o) = \frac{1}{1 + j\frac{0,3 \cdot \omega_o}{\omega_o}} = \frac{1}{1 + j0,3} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{1^2 + 0,3^2}\angle \text{atan}\left(\frac{0,3}{1}\right)} = \frac{1\angle 0^\circ}{1,044\angle 16,70^\circ}$$

$$H(0,3 \cdot \omega_o) = 0,958\angle -16,70^\circ$$

$$\omega = 3 \cdot \omega_0$$

$$H(3 \cdot \omega_0) = \frac{1}{1 + j \frac{3 \cdot \omega_0}{\omega_0}} = \frac{1}{1 + j3} = \frac{1 \angle 0^\circ}{\sqrt{1^2 + 3^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{3}{1}\right)} = \frac{1 \angle 0^\circ}{3,162 \angle 71,56^\circ}$$

$$H(3 \cdot \omega_0) = 0,316 \angle -71,56^\circ$$

c) Se $v_1 = 50 \cdot \cos(\omega t)$, escreva a expressão em regime permanente para v_o quando $\omega = \omega_0$, $\omega = 0,3\omega_0$ e $\omega = 3\omega_0$

Como já sabemos a amplitude da função transferência para as frequências de:

$$\omega = \omega_0, \omega = 0,3\omega_0 \text{ e } \omega = 3\omega_0$$

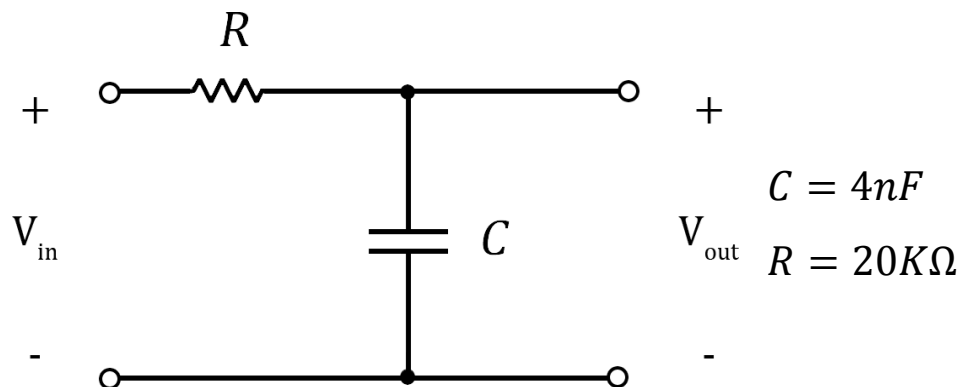
Basta multiplicarmos a amplitude da função transferência (ganho de tensão) por 50 e mantermos o avanço da fase.

$$v(t) = 50 \cdot 0,707 \cdot \cos(6000t - 45^\circ) = 35,35 \cdot \cos(6000t - 45^\circ) V$$

$$v(t) = 50 \cdot 0,958 \cdot \cos((6000 \cdot 0,3)t - 16,70^\circ) = 47,9 \cdot \cos(1800t - 16,70^\circ) V$$

$$v(t) = 50 \cdot 0,316 \cdot \cos((6000 \cdot 3)t - 71,56^\circ) = 15,8 \cdot \cos(18000t - 71,56^\circ) V$$

14.4) De acordo com o filtro:



a) Determine a frequência de corte em Hz do filtro passa baixas.

$$\omega_o = \frac{1}{RC} = \frac{1}{20 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-9}} = 12500 \text{ rad/s}$$

b) Calcule $H(\omega)$ em $\omega = \omega_o$, $\omega = 0,2\omega_o$ e $\omega = 8\omega_o$

A função transferência, de forma genérica, é descrita por:

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

$$\omega = \omega_o$$

$$H(\omega_o) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega_o}{\omega_o}} = \frac{1}{1 + j} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{1^2 + 1^2}\angle \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right)} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{2}\angle 45^\circ}$$

$$H(\omega_o) = 0,707\angle -45^\circ$$

$$\omega = 0,2 \cdot \omega_o$$

$$H(0,2 \cdot \omega_o) = \frac{1}{1 + j\frac{0,2 \cdot \omega_o}{\omega_o}} = \frac{1}{1 + j0,2} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{1^2 + 0,2^2}\angle \tan^{-1}\left(\frac{0,2}{1}\right)} = \frac{1\angle 0^\circ}{1,020\angle 11,31^\circ}$$

$$H(0,2 \cdot \omega_o) = 0,980\angle -11,31^\circ$$

$$\omega = 8 \cdot \omega_o$$

$$H(8 \cdot \omega_o) = \frac{1}{1 + j\frac{8 \cdot \omega_o}{\omega_o}} = \frac{1}{1 + j8} = \frac{1\angle 0^\circ}{\sqrt{1^2 + 8^2}\angle \tan^{-1}\left(\frac{8}{1}\right)} = \frac{1\angle 0^\circ}{8,062\angle 82,87^\circ}$$

$$H(8 \cdot \omega_o) = 0,124\angle -82,87^\circ$$

c) Se $v_1 = 480 \cdot \cos(\omega t) \text{ mV}$, escreva a expressão em regime permanente para v_o quando $\omega = \omega_o$, $\omega = 0,2\omega_o$ e $\omega = 8\omega_o$

Como já sabemos a amplitude da função transferência para as frequências de:

$\omega = \omega_0$, $\omega = 0,2\omega_0$ e $\omega = 8\omega_0$, basta multiplicarmos a amplitude da função transferência (ganho de tensão) por 480m e mantermos o avanço da fase.

$$v(t) = 480 \cdot 0,707 \cdot \cos(12500t - 45^\circ) \text{ m} = 339,36 \cdot \cos(12500t - 45^\circ) \text{ mV}$$

$$v(t) = 480 \cdot 0,980 \cdot \cos((12500 \cdot 0,2)t - 16,70^\circ) = 470,4 \cdot \cos(2500t - 16,70^\circ) \text{ mV}$$

$$v(t) = 480 \cdot 0,124 \cdot \cos((12500 \cdot 8)t - 71,56^\circ) = 59,52 \cdot \cos(100000t - 71,56^\circ) \text{ mV}$$

14.12) Usando um capacitor de 20nF projete um filtro passa altas com frequência de corte igual a 800Hz

a) Especifique o valor de R em $K\Omega$

A unidade de frequência para calcularmos a resistência do resistor e a capacitância do capacitor é rad/s , portanto, devemos converter $\text{Hz} \rightarrow \text{rad/s}$

$$\omega = 2\pi f$$

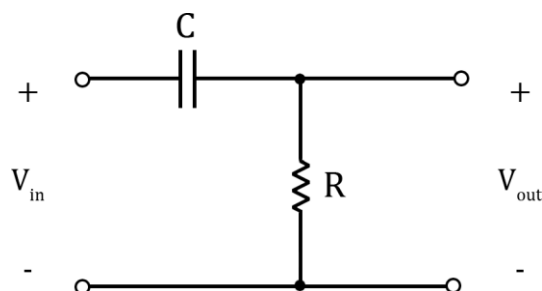
$$\omega_0 = 2\pi 800 = 5026,54 \text{ rad/s}$$

A equação que define a frequência de corte de um filtro passa altas RC é:

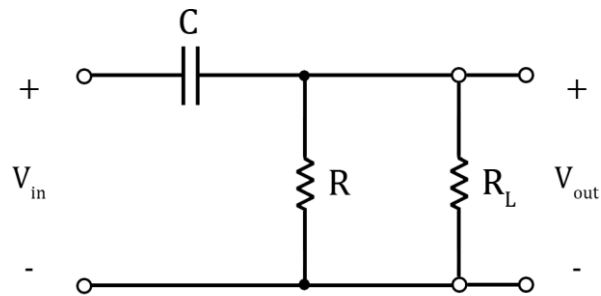
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Portanto:

$$R = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{5026,54 \cdot 20 \cdot 10^{-9}} = 9,95 K\Omega$$



b) Um resistor de $68k\Omega$ é ligado aos terminais de saída do filtro. Qual é a frequência de corte, em Hz, do filtro carregado:



Se um resistor for conectado aos terminais de saída do filtro, calculamos a nova frequência de corte associando, em paralelo, o resistor do filtro com o resistor de carga.

$$R_{eq} = 9,95K \parallel 68K = \frac{9,95 \cdot 10^3 \cdot 68 \cdot 10^3}{9,95 \cdot 10^3 + 68 \cdot 10^3} = 8,68K\Omega$$

$$\omega_{o2} = \frac{1}{RC} = \frac{1}{8,68 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-9}} = 5760,37 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f_o = \frac{5760,37}{2\pi} = 916,8 \text{ Hz}$$

14.13) Usando um indutor de 25mH, projete um filtro passa altas RL, com uma frequência de corte de $160k \text{ rad/s}$

a) Especifique o valor da resistência

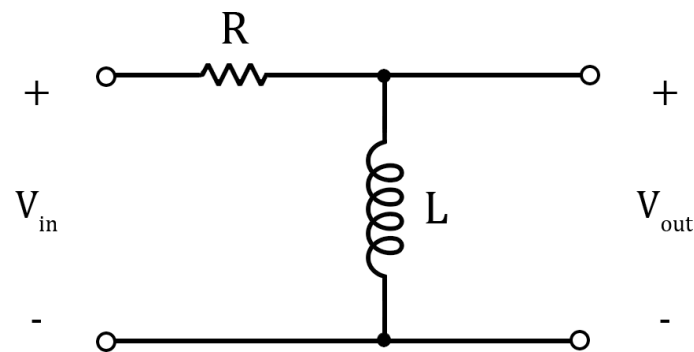
$$\omega_o = 160K \text{ rad/s}$$

A equação que define a frequência de corte de um filtro passa altas RL é:

$$\omega_o = \frac{R}{L}$$

Portanto:

$$R = \omega_o L = 160 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 4K\Omega$$



Não é necessário resolver o item b. Pois o item requer uma nova dedução. De qualquer forma o exemplo 14.4 (Nilsson), aborda esse exemplo