

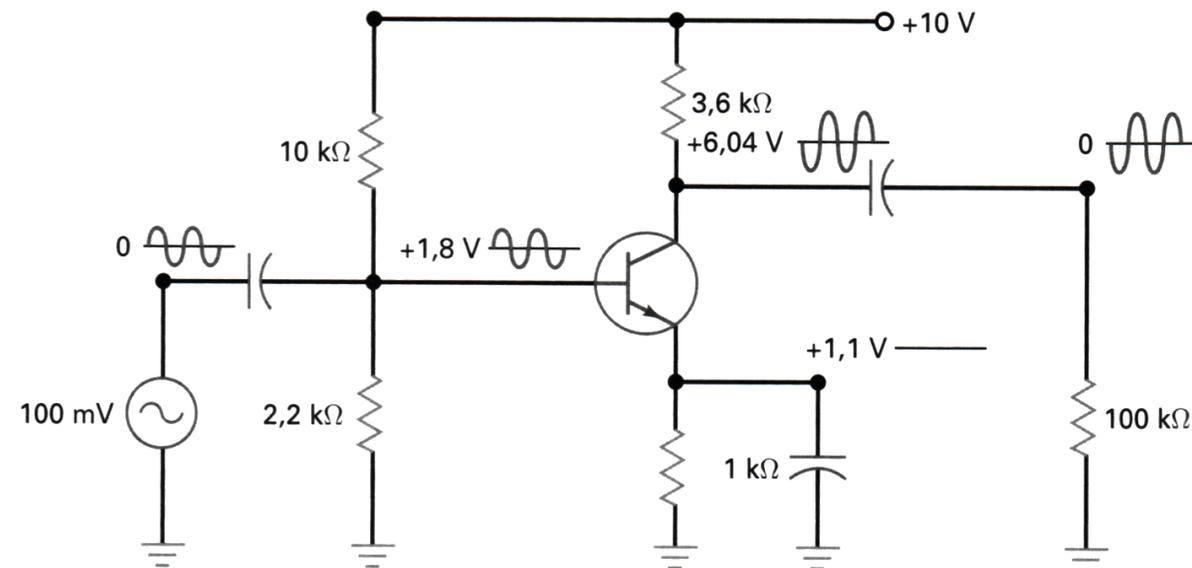
# Aula 26

**TJB – Análise AC**

**Circuitos Elétricos II**

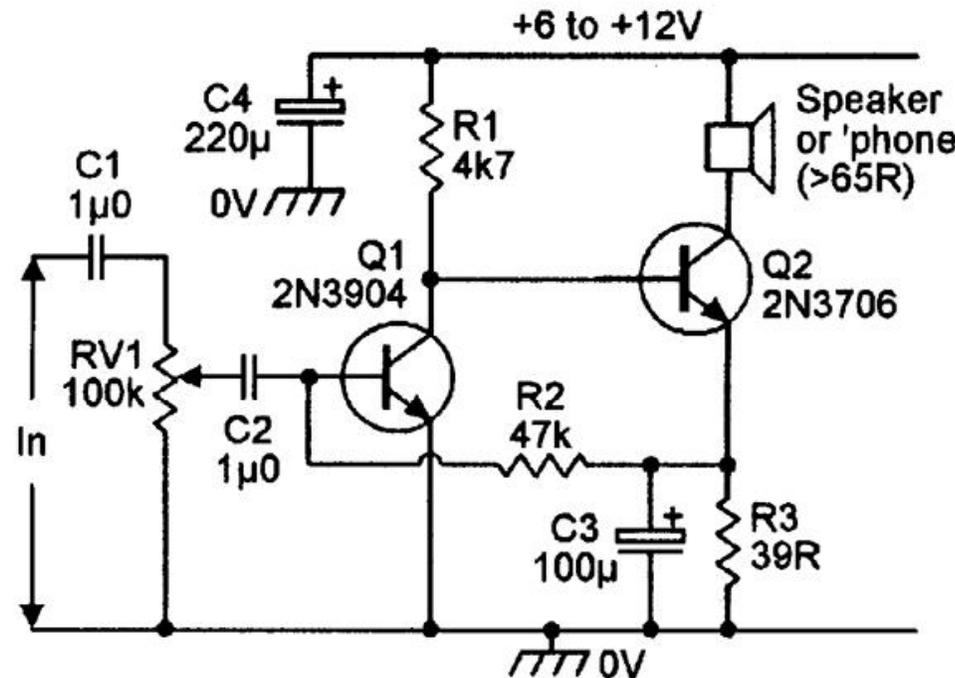
Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Para análise AC de transistores de junção bipolar (TJB), é necessário determinar a técnica e o modelo adotado. Existem técnicas distintas para análise de sinais de baixa amplitude e sinais da alta amplitude. Nesta aula iremos abordar a técnica para sinais de baixa amplitude, a qual utiliza 2 modelos: O modelo  $r_e$  e o modelo híbrido. Para estes modelos iremos considerar uma amplificação linear, afim de elucidar de forma geral a análise.



Nas aulas anteriores foram descritas as técnicas para análise CC. Vimos que os transistores podem ser implementados de forma muito versátil. Quando o projeto necessita de um transistor com o comportamento de chave, a análise CC é suficiente, visto que o transistor possui dois estágios: Corte ou Saturado, porém, quando o transistor é implementado para amplificar sinais, faz-se necessário a análise AC.

Microfone



Caixa de Som

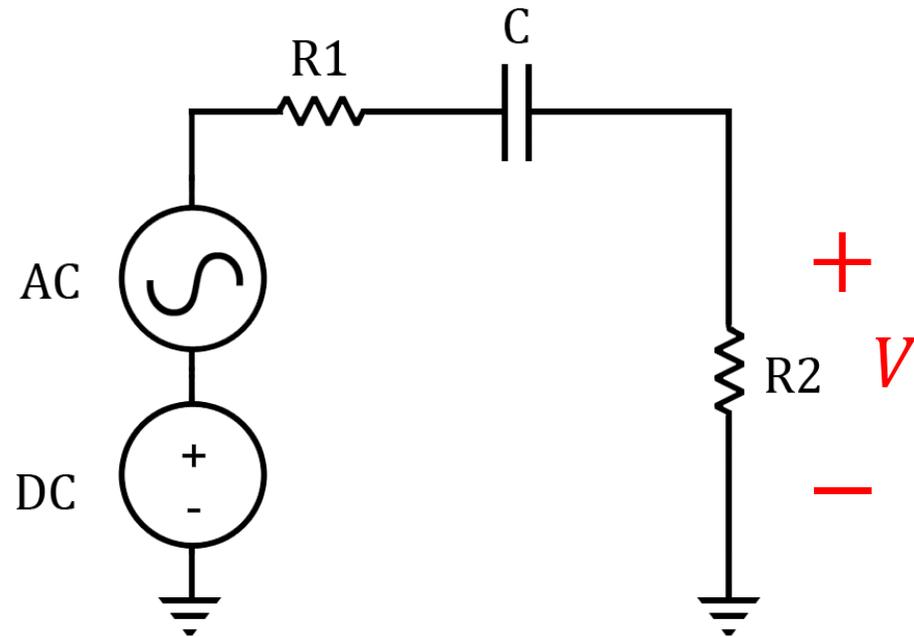
Ao analisarmos os transistores apenas para CC, desconsideramos a influência CA (superposição). Ao desconsiderarmos a ação AC, também desconsiderávamos a influência dos capacitores de acoplamento e de passagem. Para as análises AC, é necessário compreender seu funcionamento. Estes capacitores deverão ser projetados afim de se comportarem (aproximadamente) como curto-circuito para resposta AC e circuitos abertos para CC. Para adotarmos esta aproximação é conveniente considerarmos a regra 10:1 da reatância. Uma vez respeitada esta relação, o erro em relação a resposta ideal, estará dentro do limite de 1%.

$$|Z_c| < 0,1 \cdot R_{eq}$$
$$\frac{1}{2\pi f C} < 0,1 \cdot R_{eq} \quad \text{ou} \quad C > \frac{1}{2\pi f \cdot 0,1 \cdot R_{eq}}$$

Onde  $f$  é a menor frequência de interesse do sinal (Hz)

# Capacitor de Acoplamento e Capacitor de Passagem

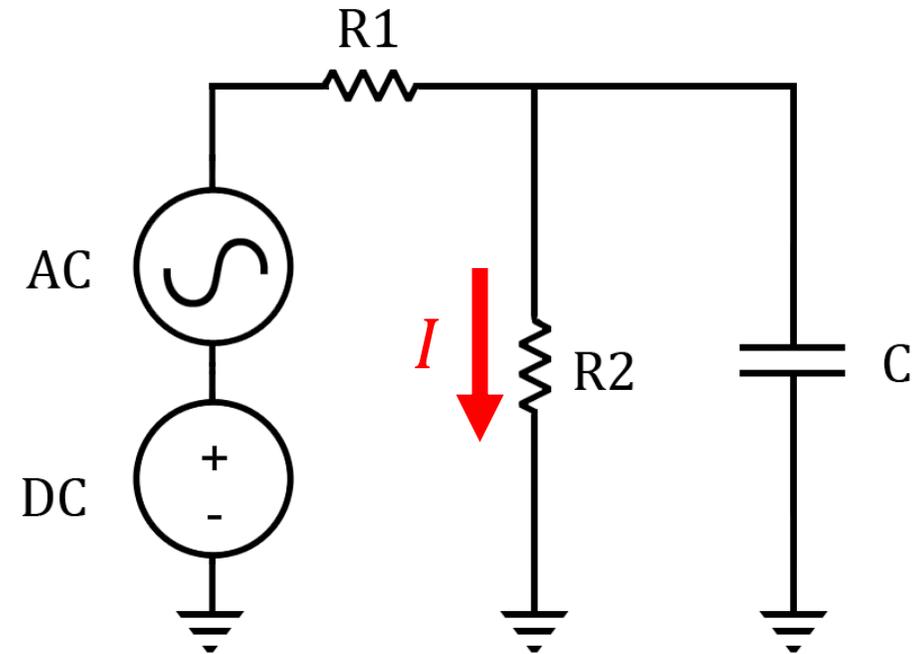
Capacitor de acoplamento



$V \rightarrow$  Redução significativa da componente DC

$I \rightarrow$  Redução significativa da componente AC

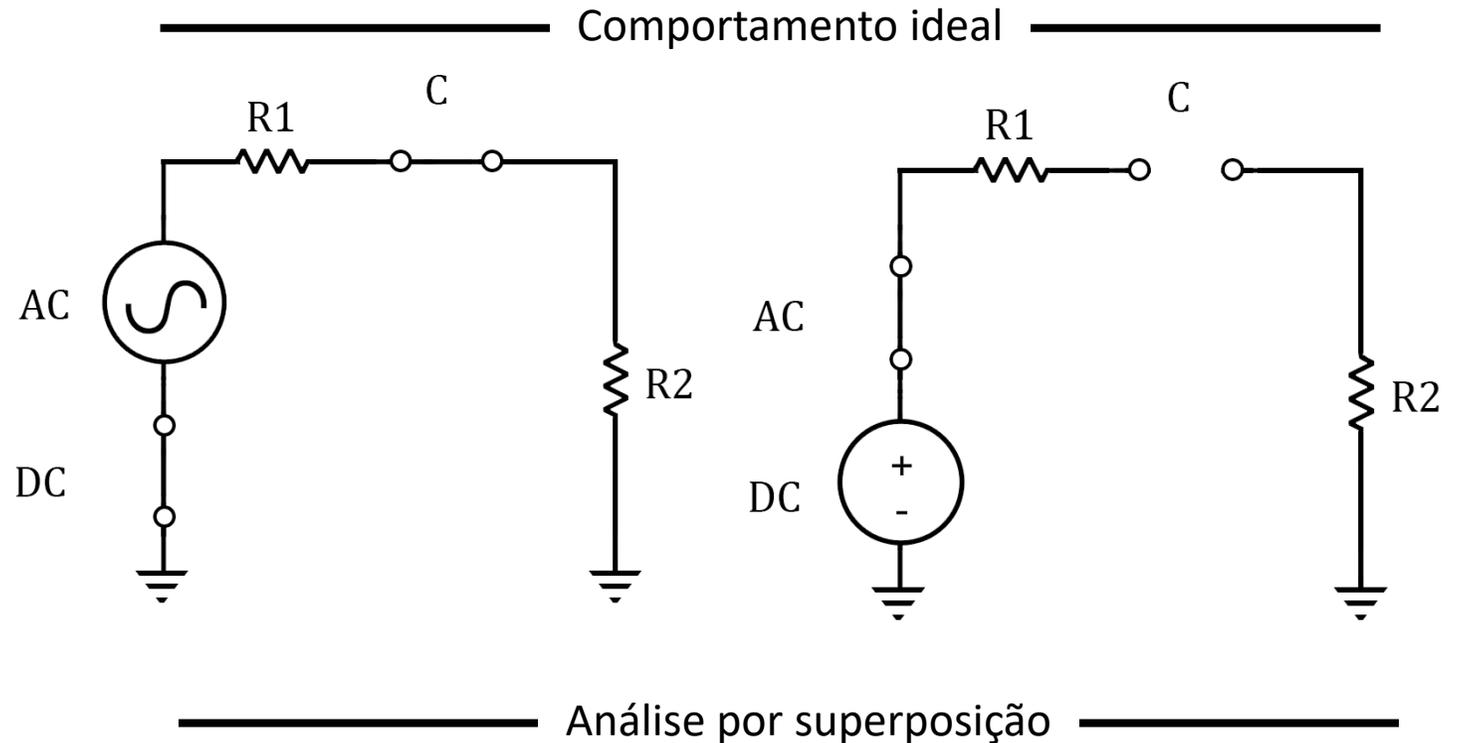
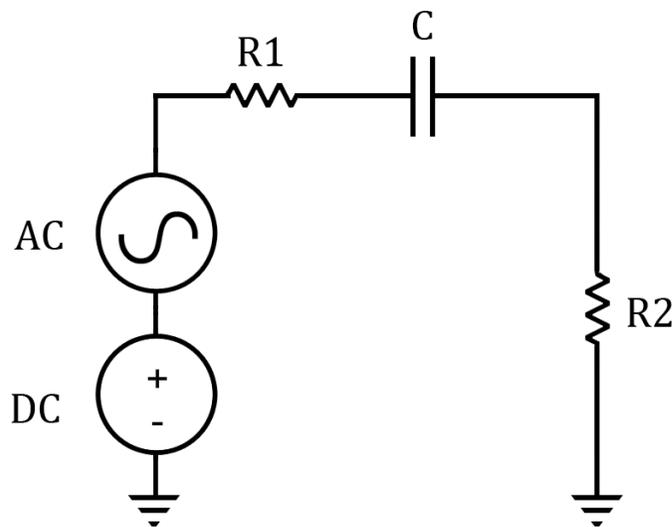
Capacitor de passagem



<http://everycircuit.com/circuit/4936217814892544>

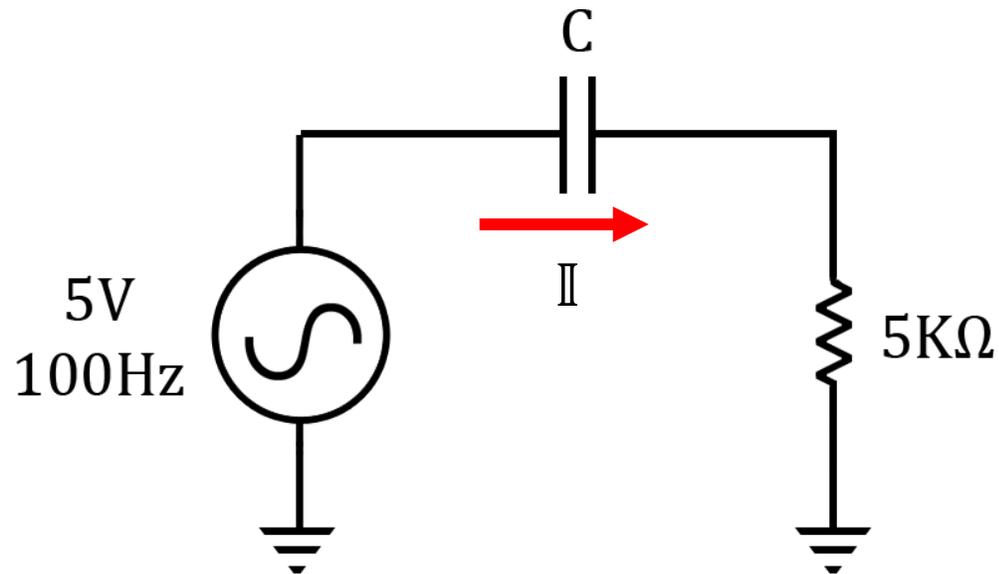
# Capacitor de Acoplamento

Comportamento ideal para um circuito com capacitor de Acoplamento



# Capacitor de Acoplamento

Considerando os parâmetros do circuito abaixo, observe o cálculo do capacitor de acoplamento. A critério comparativo, foi calculada a corrente considerando o capacitor de acoplamento como um curto ideal e a corrente real, considerando a perda do capacitor de acoplamento. Segundo a regra 1:10, o erro estará sempre próximo a 1%.



$$C = \frac{1}{2\pi 100 \cdot 0,1 \cdot 5000} = 3,18\mu F$$

$$I_{m\acute{a}x} = \frac{5}{5000} = 1mA$$

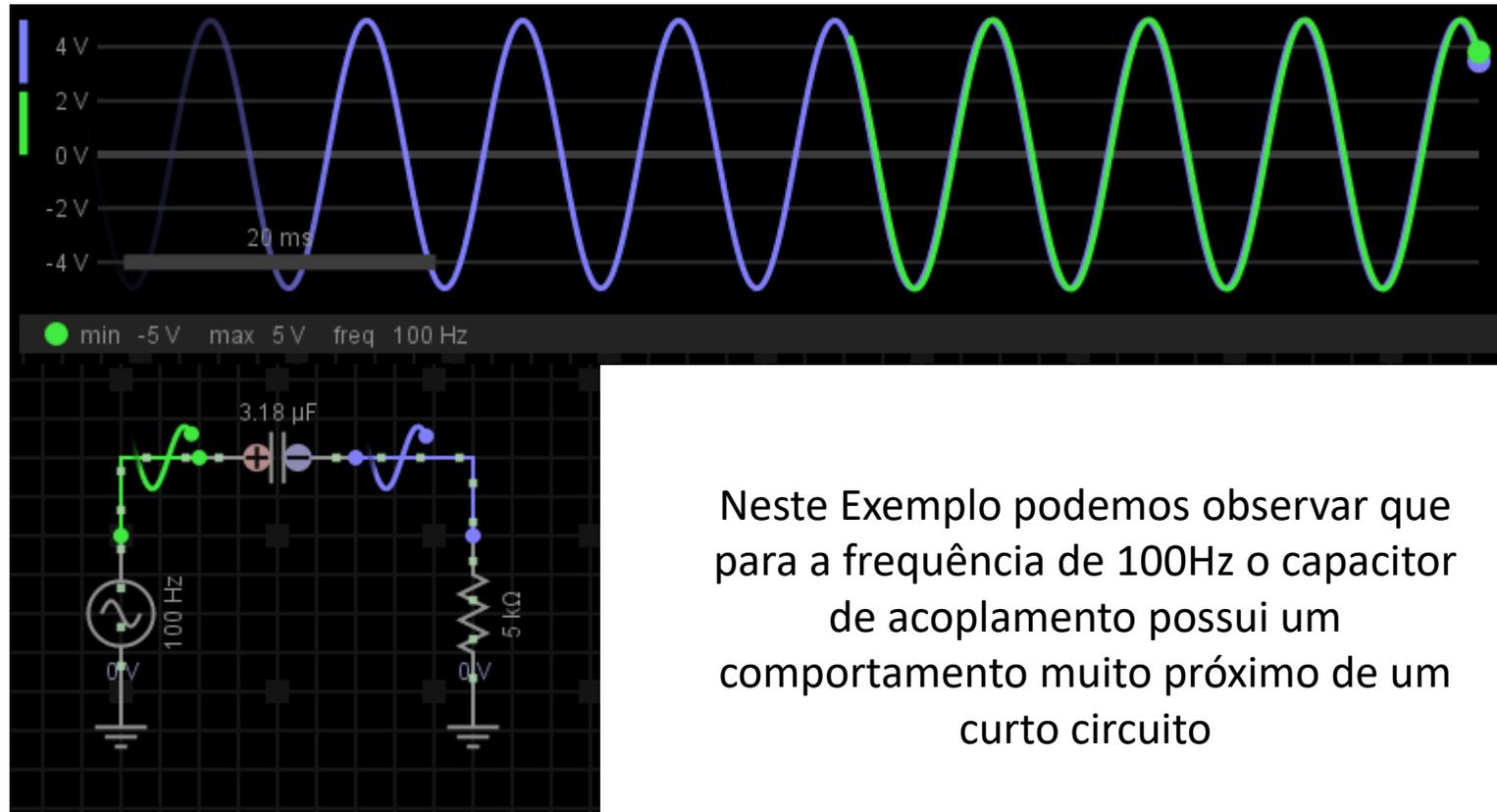
$$I_{Real} = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{5\angle\phi}{5000 + \frac{1}{j2\pi 100 \cdot 3,18 \cdot 10^{-6}}}$$

$$|I_{Real}| = I_{Real} = \left| \frac{5}{5000 - j500,48} \right| = \frac{5}{\sqrt{5000^2 + 500,48^2}}$$

$$I_{Real} = \frac{5}{\sqrt{5000^2 + 500,48^2}} = 0,995mA$$

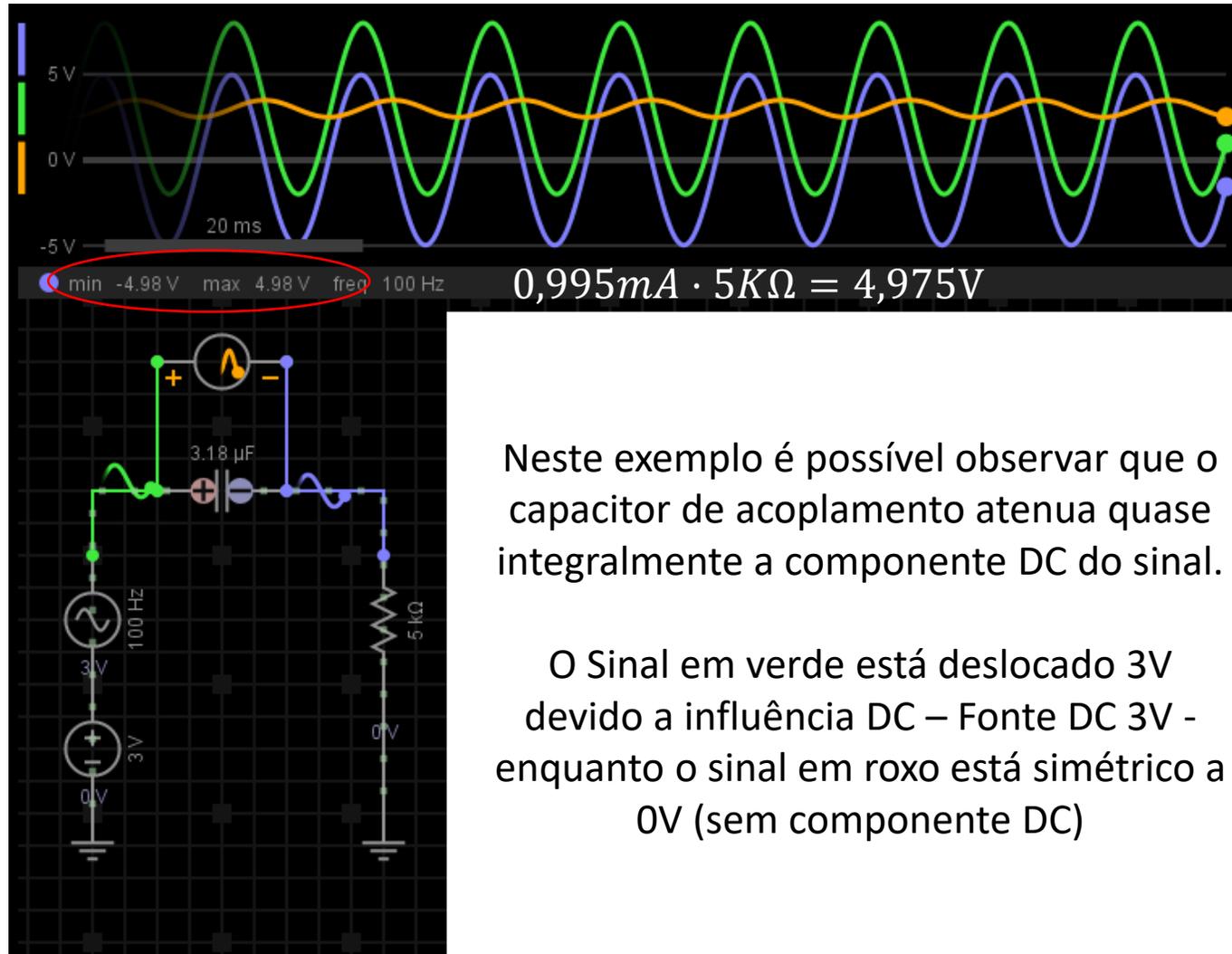
$$\%_{erro} = \left( 1 - \frac{I_{Real}}{I_{m\acute{a}x}} \right) \cdot 100 = 0,5\%$$

# Capacitor de Acoplamento



Neste Exemplo podemos observar que para a frequência de 100Hz o capacitor de acoplamento possui um comportamento muito próximo de um curto circuito

# Capacitor de Acoplamento

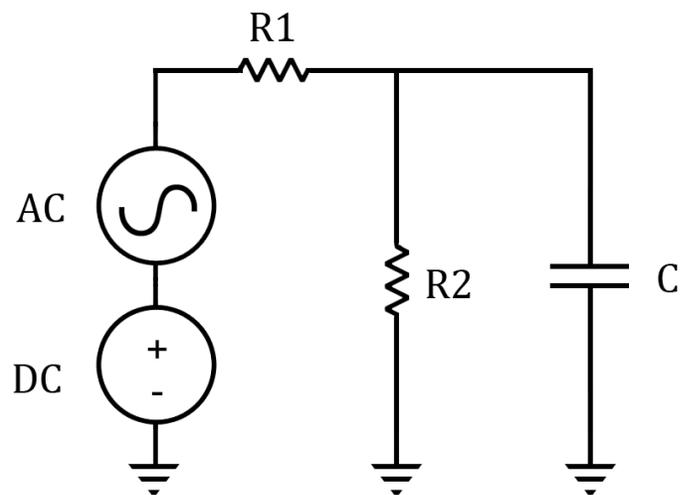


Neste exemplo é possível observar que o capacitor de acoplamento atenua quase integralmente a componente DC do sinal.

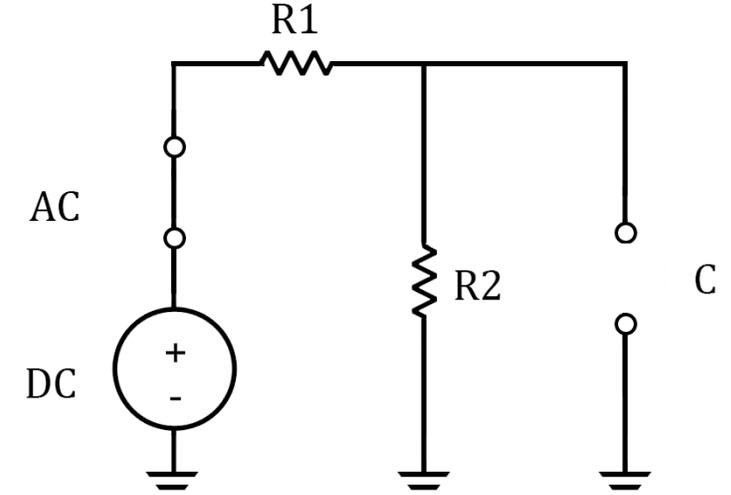
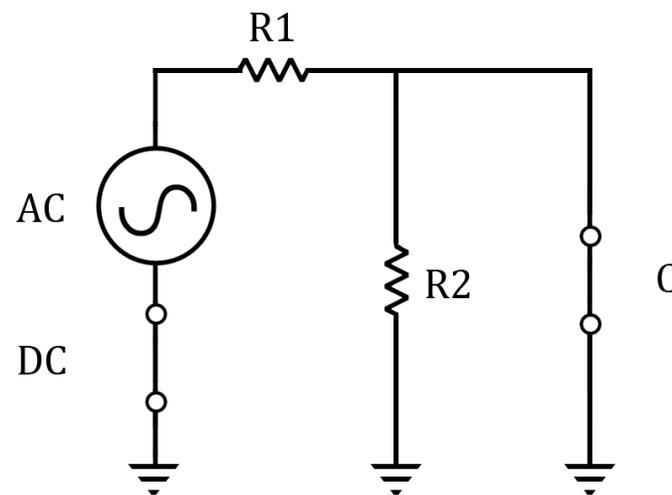
O Sinal em verde está deslocado 3V devido a influência DC – Fonte DC 3V - enquanto o sinal em roxo está simétrico a 0V (sem componente DC)

# Capacitor de Desvio

Para calcularmos o capacitor de desvio utilizamos a mesma regra para o calculo do capacitor de acoplamento. O capacitor de desvio será projetado para “desviar” a corrente correspondente ao sinal AC.



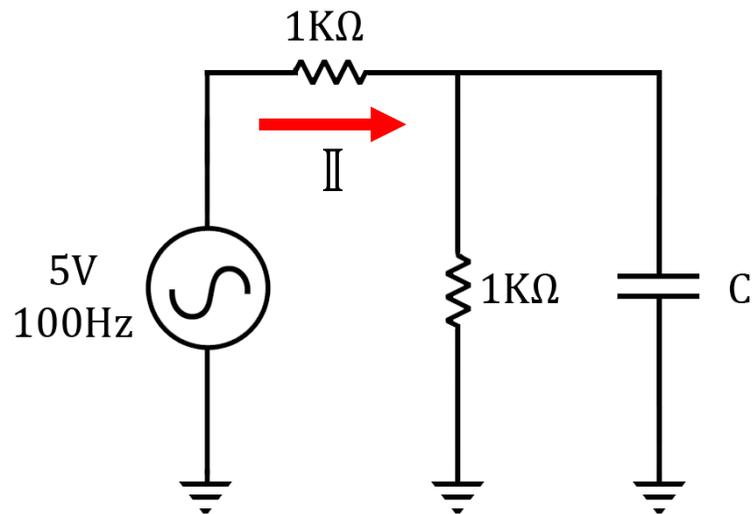
Comportamento ideal



Análise por superposição

# Capacitor de desvio

Considerando os parâmetros do circuito abaixo, observe o cálculo do capacitor de desvio. A critério comparativo, foi calculada a corrente considerando o capacitor de acoplamento como um curto ideal e a corrente real, considerando a perda do capacitor de acoplamento. Segundo a regra 1:10, o erro estará sempre próximo a 1%.



$$R_{eq} = 1000 \parallel 1000 = 500\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 0,1 \cdot 500} = 31,83\mu F$$

$$I_{m\acute{a}x} = \frac{5}{1000} = 5mA$$

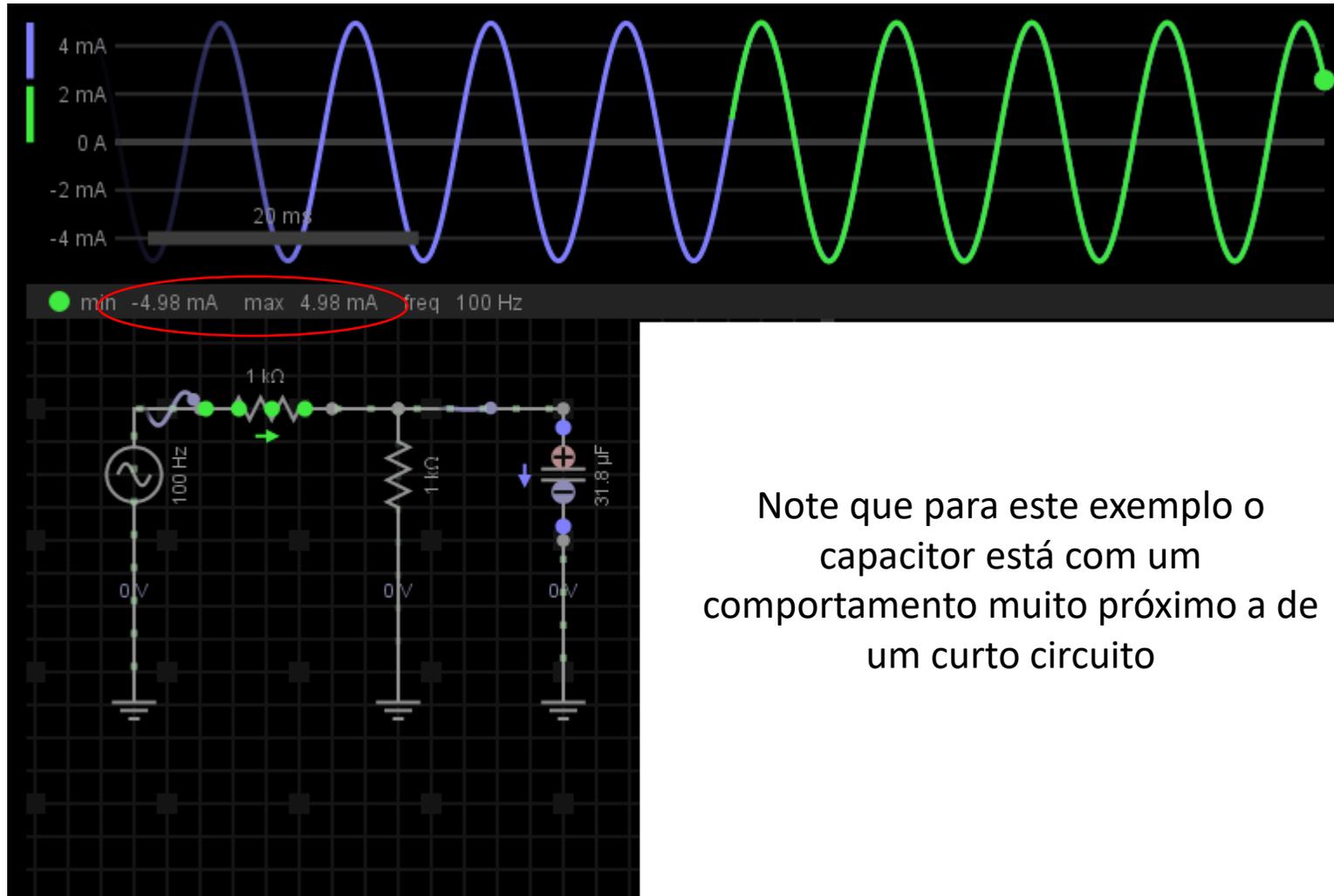
$$I_{Real} = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{5\angle\phi}{5000 + (1000 \parallel Z_C)} = \frac{5\angle\phi}{1002,49 - 49,87j}$$

$$|I_{Real}| = I_{Real} = \left| \frac{5}{1002,49 - 49,87j} \right| = \frac{5}{\sqrt{1002,49^2 + 49,87^2}}$$

$$I_{Real} = \frac{5}{\sqrt{1002,49^2 + 49,87^2}} = 4,98mA$$

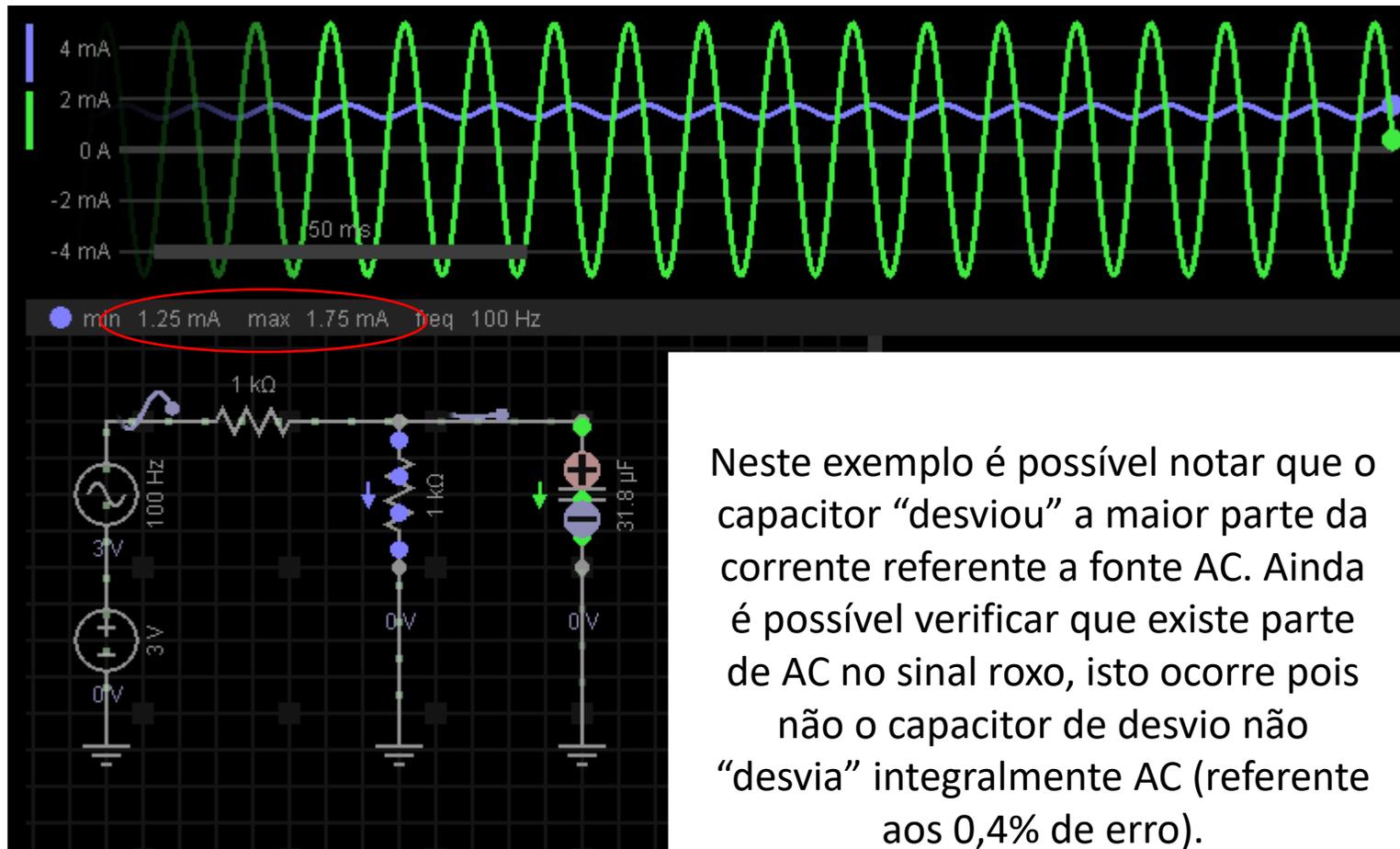
$$\%erro = \left( 1 - \frac{I_{m\acute{a}x}}{I_{Real}} \right) \cdot 100 = 0,4\%$$

# Capacitor de desvio



Note que para este exemplo o capacitor está com um comportamento muito próximo a de um curto circuito

# Capacitor de desvio



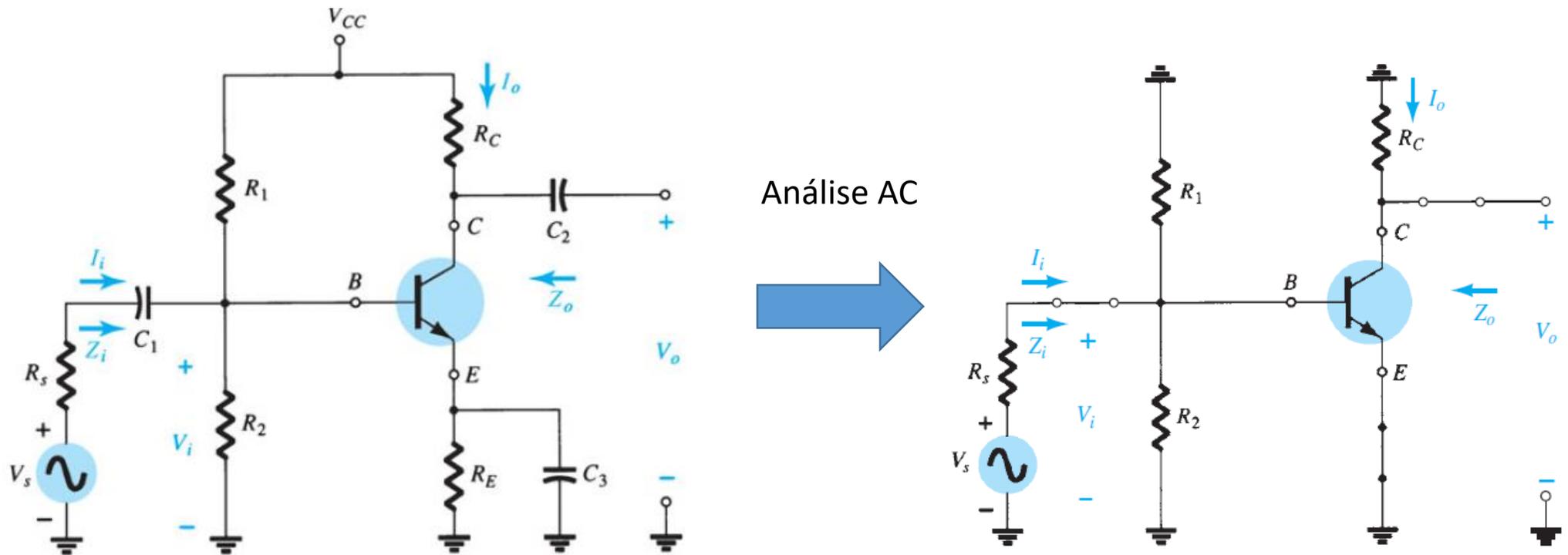
Neste exemplo é possível notar que o capacitor “desviou” a maior parte da corrente referente a fonte AC. Ainda é possível verificar que existe parte de AC no sinal roxo, isto ocorre pois não o capacitor de desvio não “desvia” integralmente AC (referente aos 0,4% de erro).

$$\textit{Amplitude do sinal} = \frac{1,75m - 1,25}{2} = 250\mu A \quad 0,4\% \cdot I_{m\acute{a}x} = 0,04 \cdot 0,005 = 200\mu A$$

\* Os valores não são iguais por erros de aproximação (nas contas e no simulador)

# Modelo $r_e$

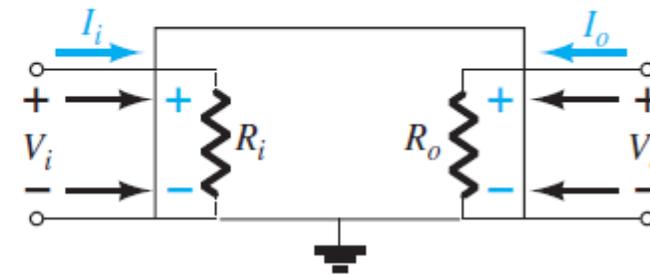
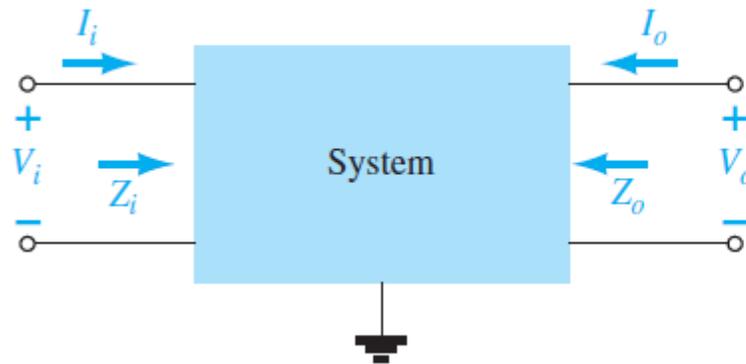
A análise AC deverá ser efetuada após a análise CC. Para esta nova etapa de análise iremos utilizar o conceito da superposição. Ou seja, iremos desconsiderar as fontes CC e considerar apenas a entrada AC. Desconsiderar as fontes CC significa “desliga-las”, ou seja, curtos-circuitos. Além disso iremos aproximar os capacitores de acoplamento e desvio para o seu modo de operação ideal.



A forma de análise será baseada em dispositivos de duas portas (quadripolos - Maiores informações ver cap. 18 – Nilsson)

Para a análise de quadripolos precisamos obter:

- Impedância de entrada e Saída ( $Z_i$  e  $Z_o$ )
- Tensão de entrada e Tensão de Saída ( $V_i$  e  $V_o$ )
- Corrente de entrada e saída ( $I_i$  e  $I_o$ )
- Ganho de tensão ( $A_v = V_o/V_i$ )
- Ganho de corrente ( $A_i = I_o/I_i$ )



A impedância de entrada pode ser calculada pela lei de Ohm:

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i}$$

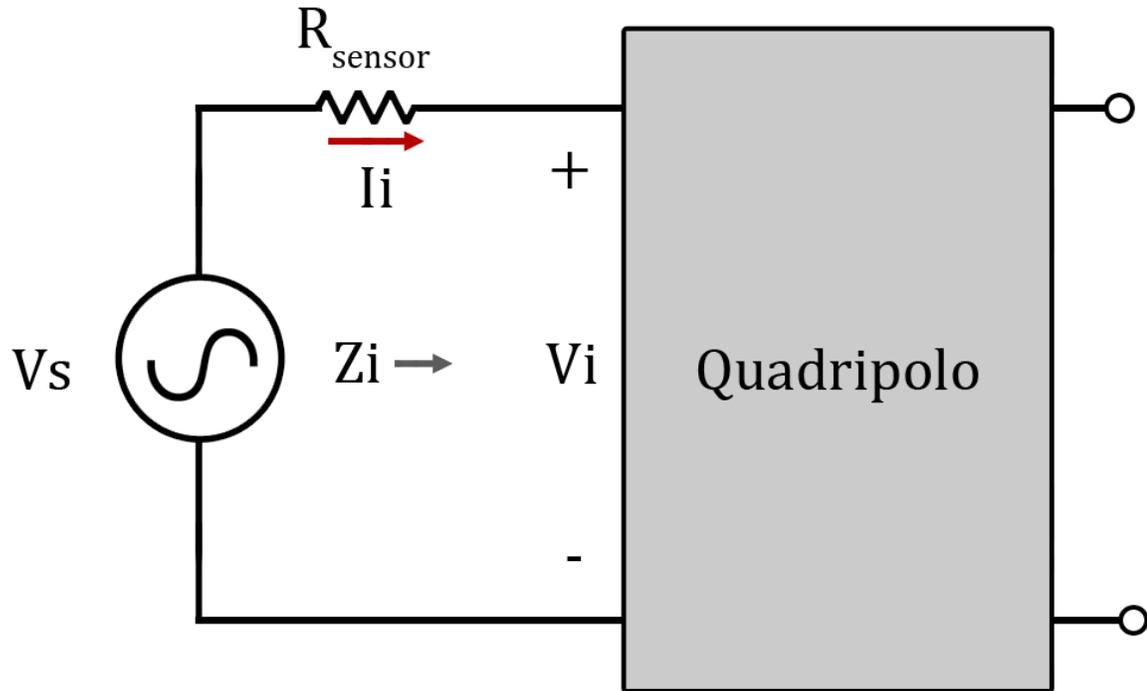
Para pequenos sinais, uma vez que a impedância de entrada é determinada, o mesmo valor numérico pode ser utilizado para níveis variados do sinal de entrada.

A impedância de entrada de um TJB é puramente resistiva, dependendo do modo que o transistor é empregado, pode variar de poucos ohms até Mega Ohms.

Um ohmímetro pode ser utilizado para medir a resistência de entrada no domínio AC

# Modelo $r_e - Z_i$

Considerando o circuito abaixo podemos obter a impedância de entrada da seguinte forma:

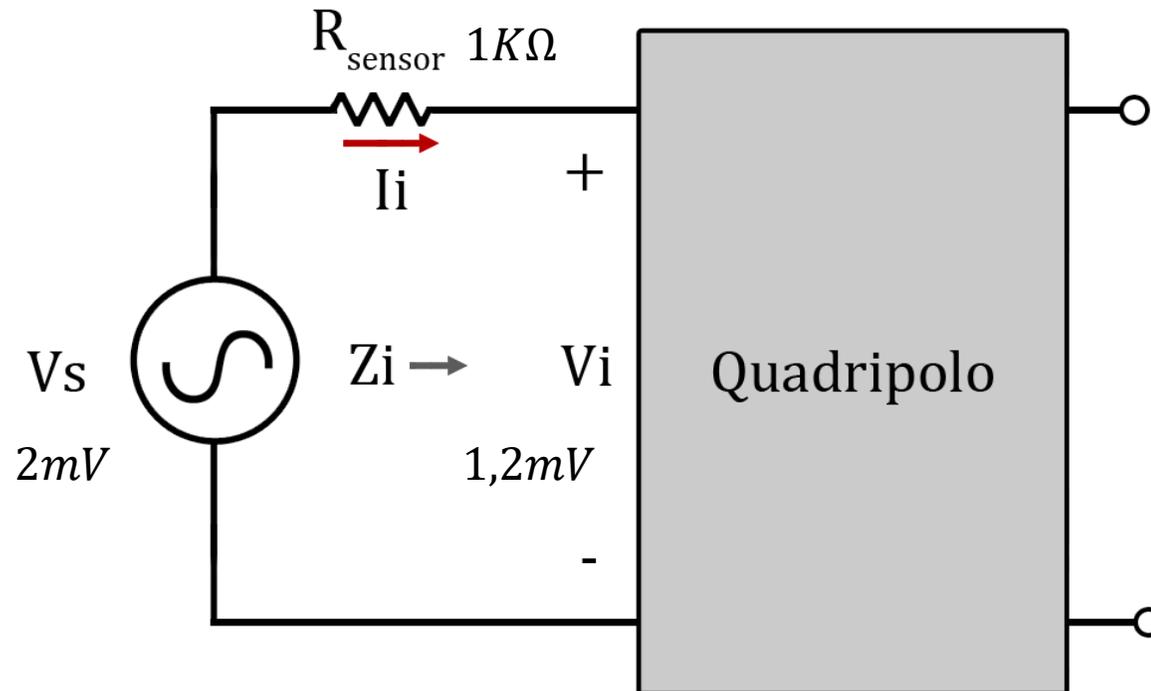


$$I_i = \frac{V_s - V_i}{R_{sensor}}$$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i}$$

# Modelo $r_e - Z_i$

Obtenção da impedância de entrada de forma experimental:

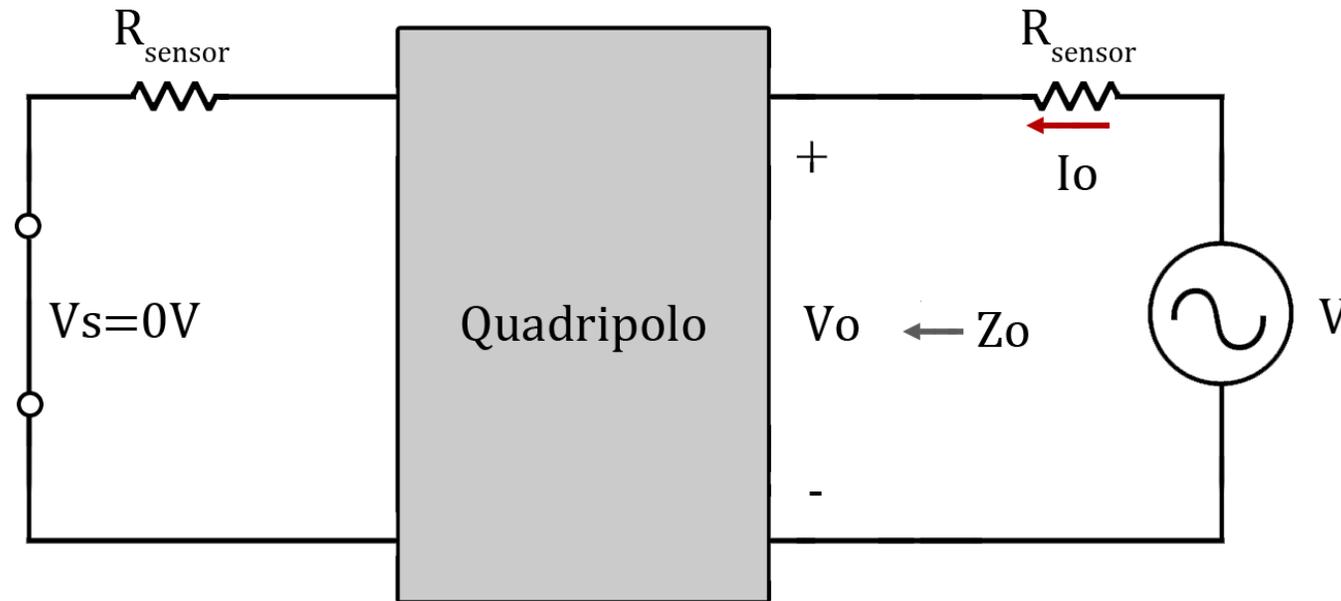


$$I_i = \frac{V_s - V_i}{R_{sensor}} = \frac{2m - 1m}{1000} = 0,8\mu A$$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{1,2m}{0,8\mu A} = 1,5K\Omega$$

# Modelo $r_e - Z_o$

Considerando o circuito abaixo podemos obter a impedância de saída da seguinte forma:

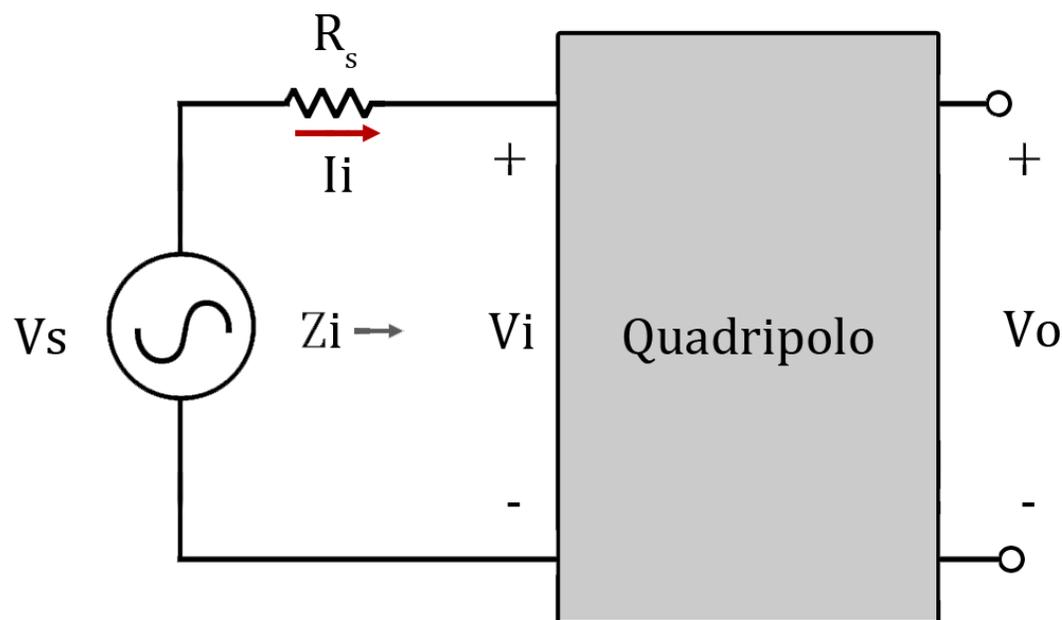


$$I_o = \frac{V - V_o}{R_{sensor}}$$

$$Z_o = \frac{V_o}{I_o}$$

# Modelo $r_e$ - Ganho de Tensão $A_v$

O ganho de tensão de um amplificador de pequenos sinais é definido como:



$$A_v = \frac{V_o}{V_i}$$

$$A_{v_{NL}} = \frac{V_o}{V_i} \Big|_{R_L = \infty \Omega}$$

$$V_i = \frac{Z_i \cdot V_s}{Z_i + R_s} \quad \therefore \quad \frac{V_i}{V_s} = \frac{Z_i}{Z_i + R_s}$$

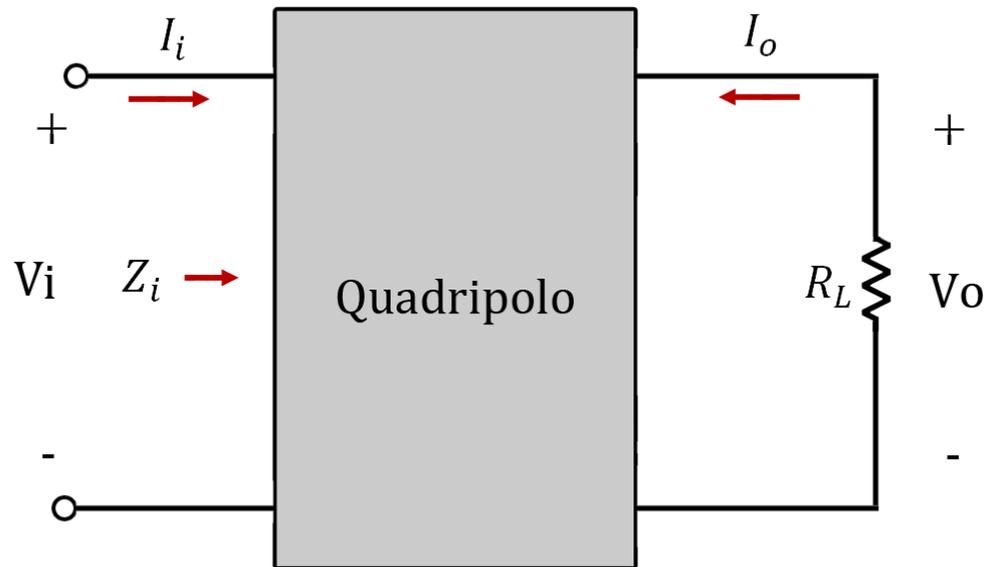
$$A_{v_s} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_i}{V_s} \cdot \frac{V_o}{V_i}$$

$$A_{v_s} = \left( \frac{Z_i}{Z_i + R_s} \right) \cdot A_{v_{NL}}$$

Este parâmetro pode ser obtido experimentalmente

# Modelo $r_e$ - Ganho de Corrente $A_v$

Para definir o ganho de corrente iremos considerar uma resistência de carga:



$$A_i = \frac{I_o}{I_i} \quad I_i = \frac{V_i}{Z_i} \quad I_o = -\frac{V_o}{R_L}$$

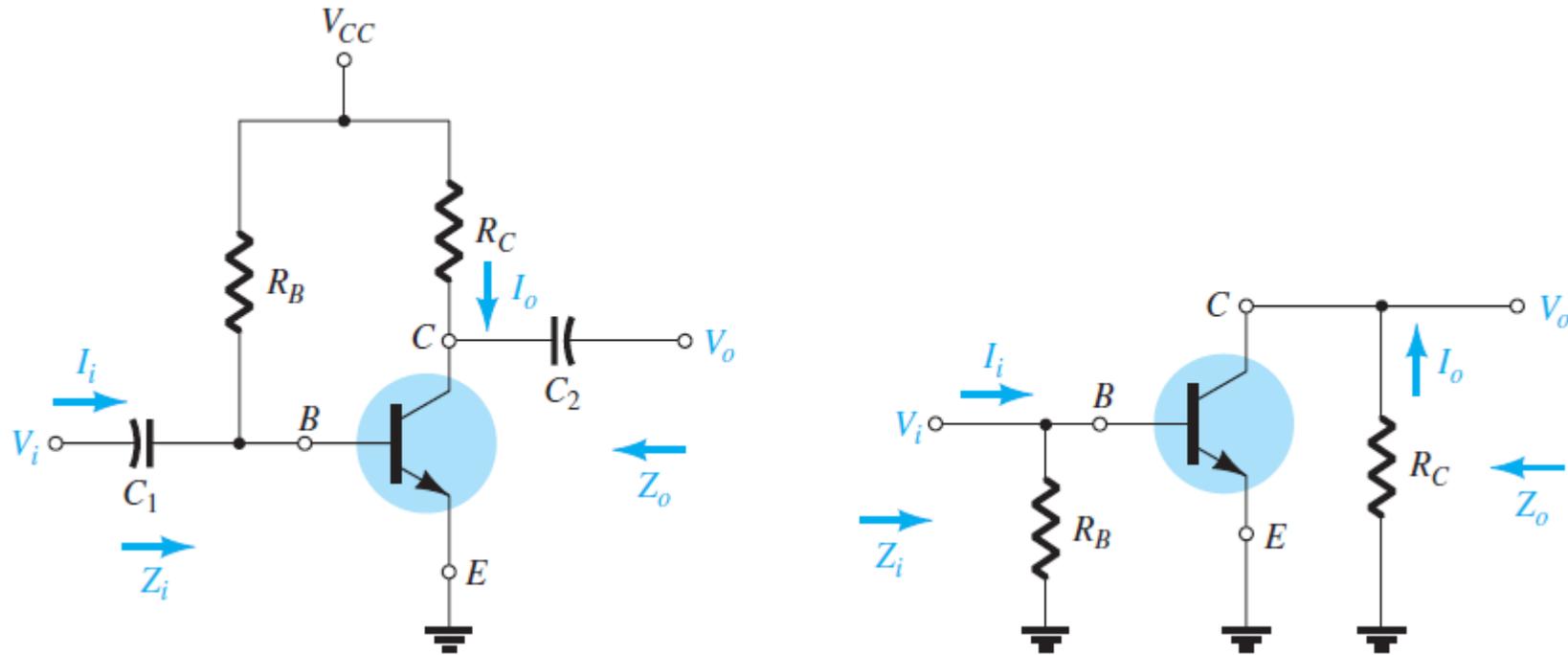
$$A_i = \frac{I_o}{I_i} = -\frac{V_o/R_L}{V_i/Z_i} = -\frac{V_o \cdot Z_i}{V_i \cdot R_L}$$

$$A_i = -A_v \cdot \frac{Z_i}{R_L}$$

O sinal negativo representa que a entrada está defasada  $180^\circ$  em relação a saída

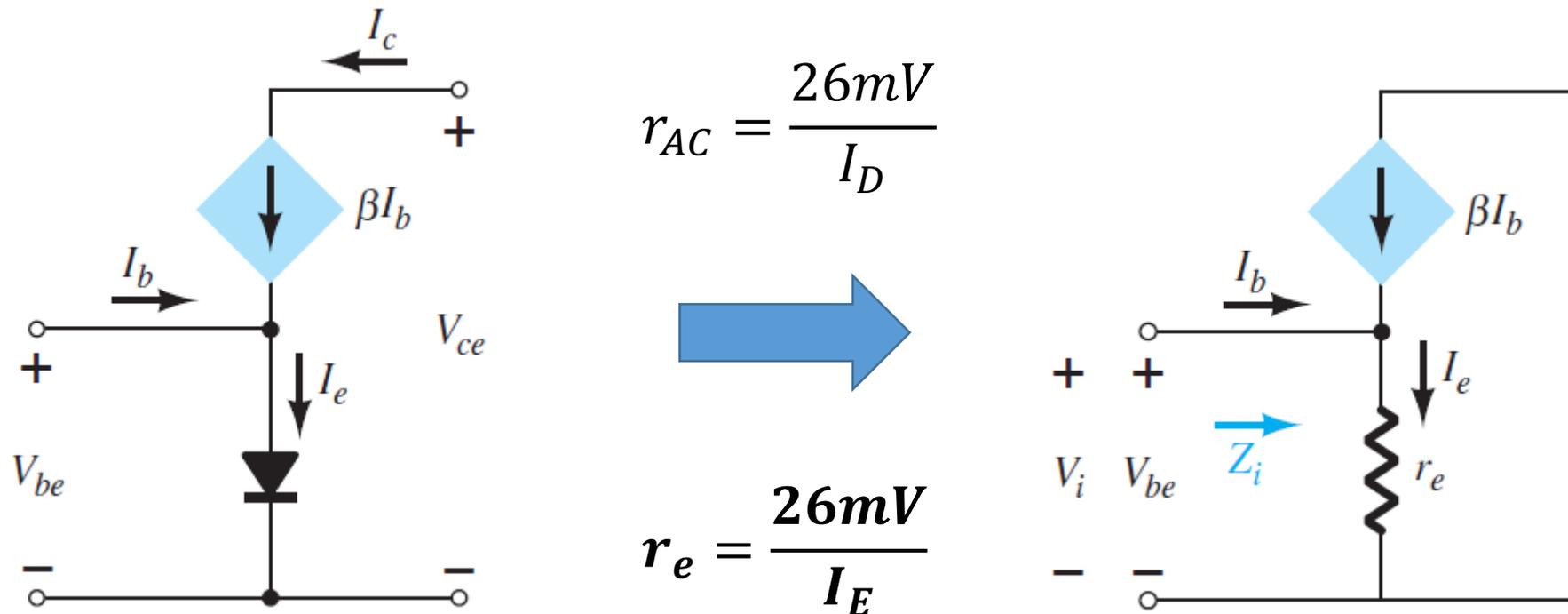
# Modelo $r_e$ - Emissor-Comum

Redesenhando o circuito com polarização fixa e configuração Emissor-Comum temos:

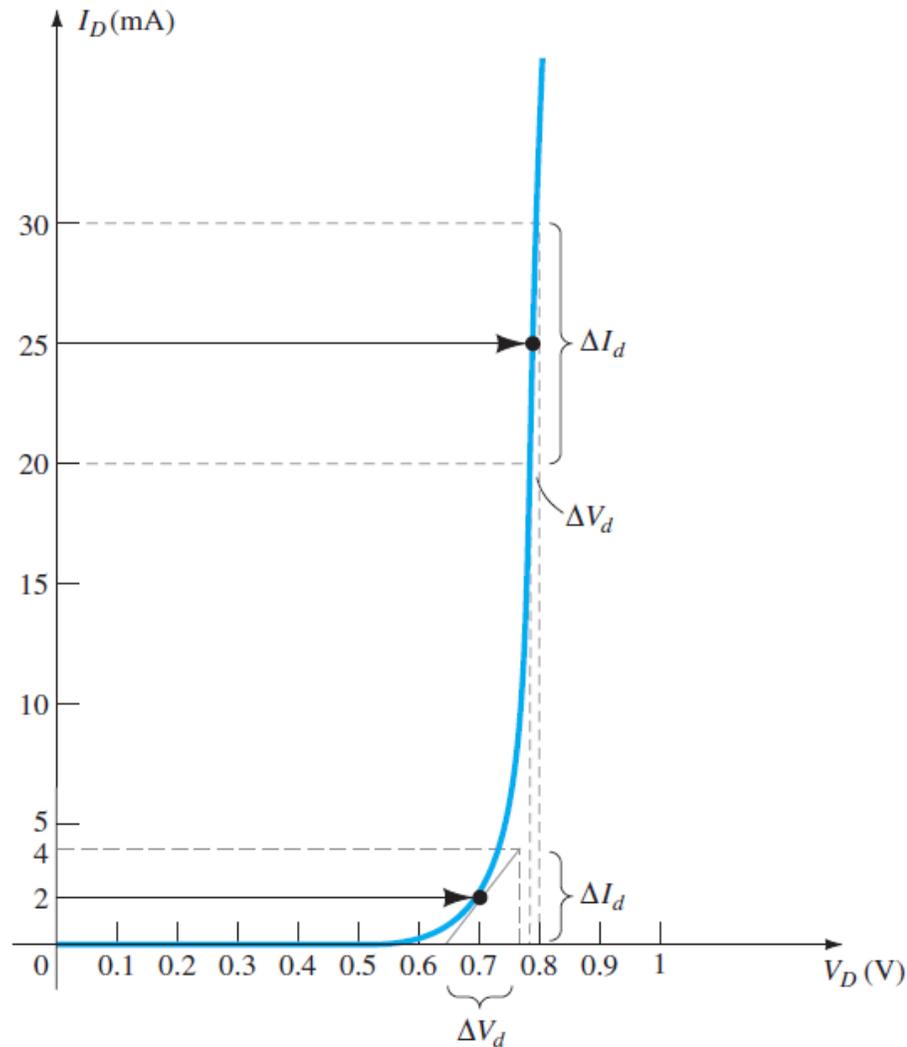


# Modelo $r_e$ - Emissor-Comum

A resistência ac de um diodo pode ser determinada pela equação abaixo, onde  $I_D$  é a corrente DC através do diodo no ponto-Q (maiores informações – Boylested Cap 1)



# Modelo $r_e$ - Emissor-Comum



*The derivative of a function at a point is equal to the slope of the tangent line drawn at that point.*

Equation (1.5), as defined by Fig. 1.26, is, therefore, essentially finding the derivative of the function at the  $Q$ -point of operation. If we find the derivative of the general equation (1.2) for the semiconductor diode with respect to the applied forward bias and then invert the result, we will have an equation for the dynamic or ac resistance in that region. That is, taking the derivative of Eq. (1.2) with respect to the applied bias will result in

$$\frac{d}{dV_D}(I_D) = \frac{d}{dV_D}[I_s(e^{V_D/nV_T} - 1)]$$

and

$$\frac{dI_D}{dV_D} = \frac{1}{nV_T}(I_D + I_s)$$

after we apply differential calculus. In general,  $I_D \gg I_s$  in the vertical-slope section of the characteristics and

$$\frac{dI_D}{dV_D} \cong \frac{I_D}{nV_T}$$

Flipping the result to define a resistance ratio ( $R = V/I$ ) gives

$$\frac{dV_D}{dI_D} = r_d = \frac{nV_T}{I_D}$$

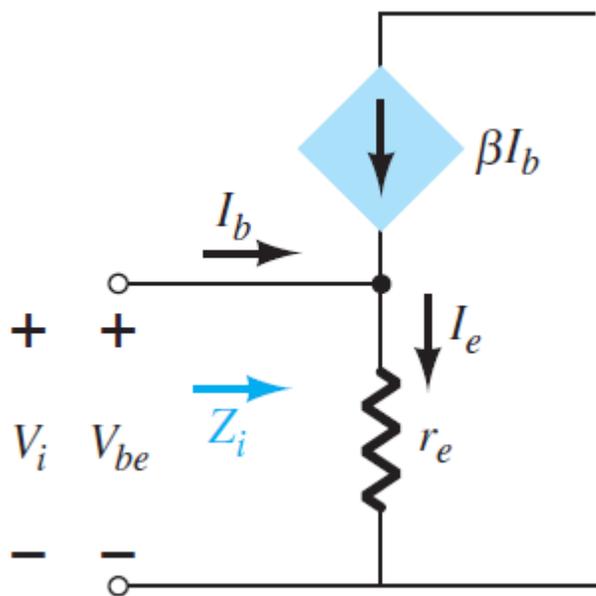
Substituting  $n = 1$  and  $V_T \cong 26$  mV from Example 1.1 results in

$$r_d = \frac{26 \text{ mV}}{I_D} \quad (1.6)$$

The significance of Eq. (1.6) must be clearly understood. It implies that *the dynamic resistance can be found simply by substituting the quiescent value of the diode current into the equation.*

# Modelo $r_e$ - Emissor-Comum

Por meio destas informações podemos calcular a **impedância de entrada** da configuração Emissor-Comum:



$$I_c = \beta I_b \quad I_e = I_c + I_b = \beta I_b + I_b$$

$$I_e = (1 + \beta)I_b$$

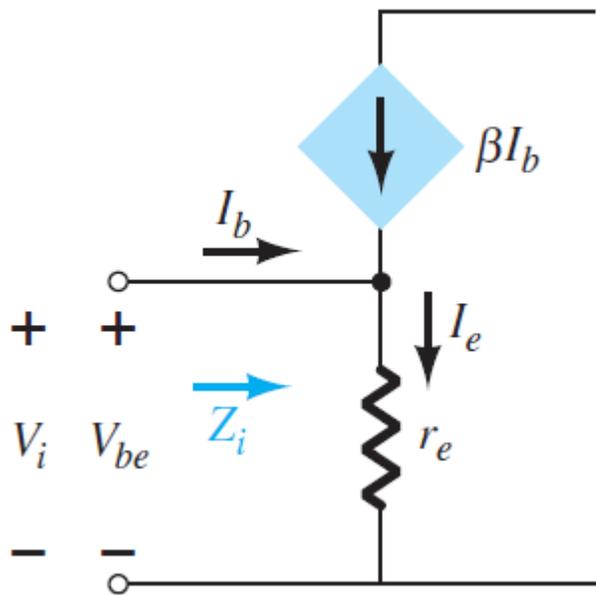
$$I_e \cong \beta I_b \rightarrow \text{Considerando que } \beta \gg 1$$

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{V_{be}}{I_b} \quad V_{be} = I_e \cdot r_e \cong \beta I_b r_e$$

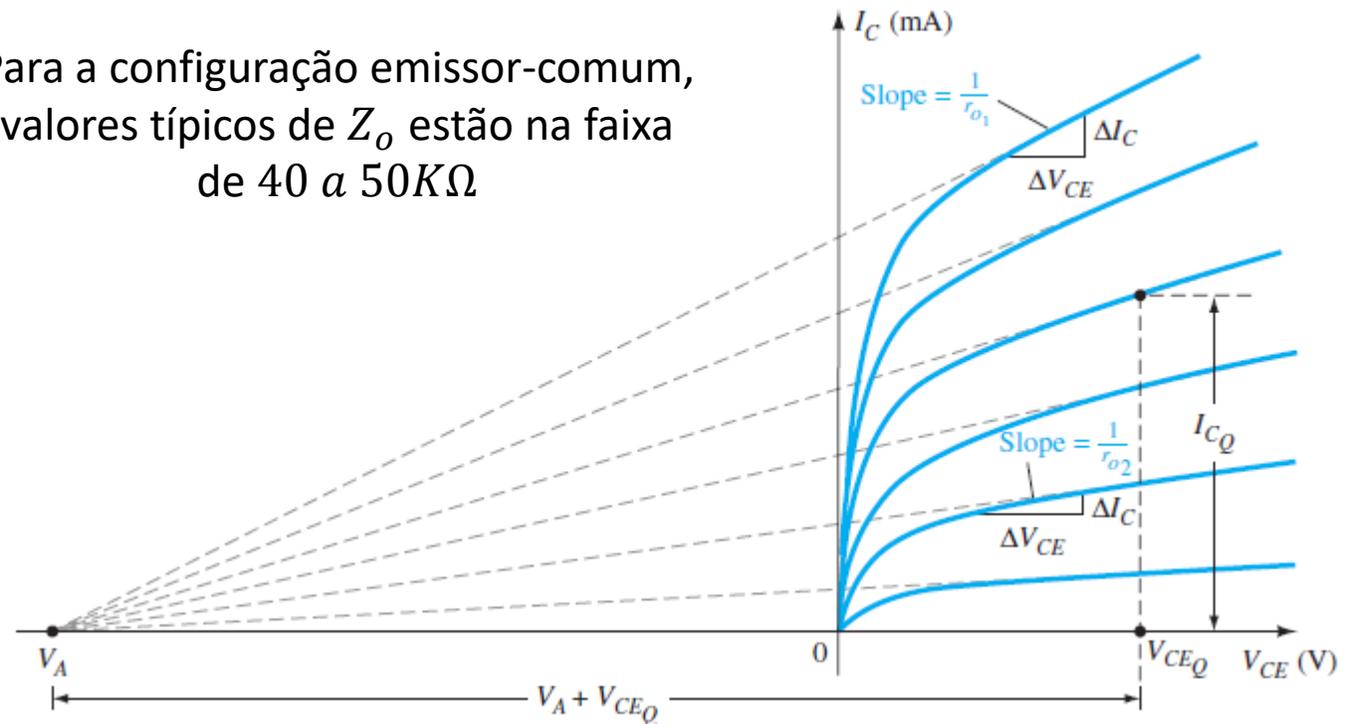
$$Z_i = \frac{V_{be}}{I_b} \cong \frac{\beta I_b r_e}{I_b} \cong \beta r_e$$

# Modelo $r_e$ - Emissor-Comum

Para calcular a impedância de saída consideramos as curvas  $I_C$  vs  $V_{CE}$



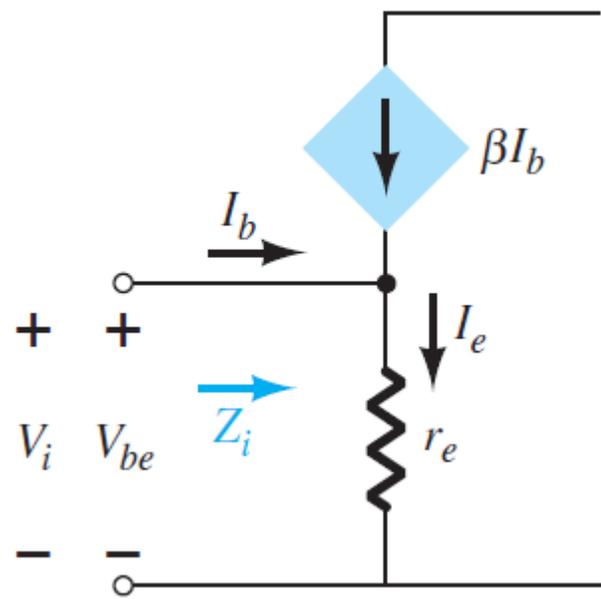
Para a configuração emissor-comum, valores típicos de  $Z_o$  estão na faixa de 40 a 50K $\Omega$



Através das informações contidas nas folhas de dados dos TJB é possível estabelecer a Impedância de Saída

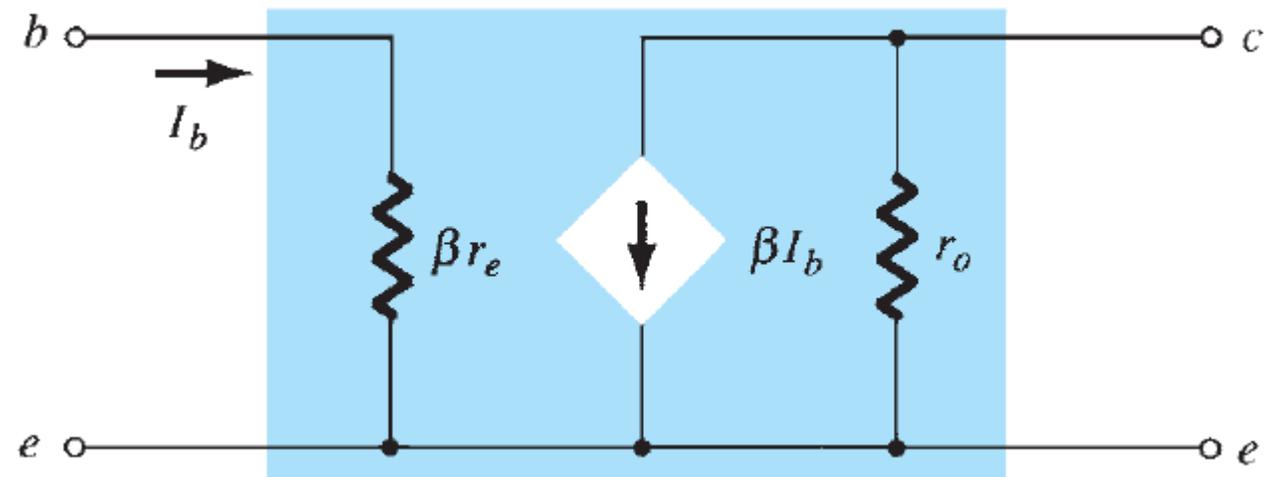
# Modelo $r_e$ - Emissor-Comum

Modelo melhorado da configuração Emissor-Comum



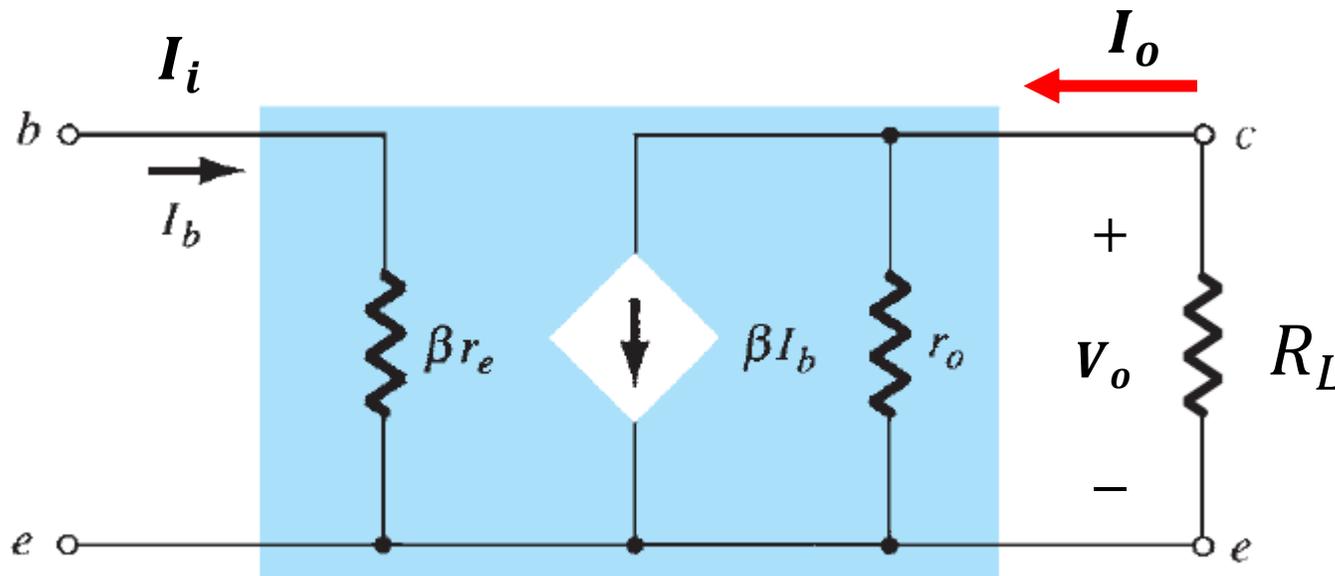
$$Z_i = \frac{\beta I_b r_e}{I_b} \cong \beta r_e$$

$$Z_o = r_o$$



# Ganho de tensão e corrente

Considerando que  $r_o > 10 \cdot R_L$ , podemos calcular o ganho de tensão e corrente de acordo com:



$$V_o = -I_o R_L \cong \beta I_b \cdot R_L$$

$$V_i = I_b \cdot \beta r_e$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} \cong -\frac{R_L}{r_e}$$

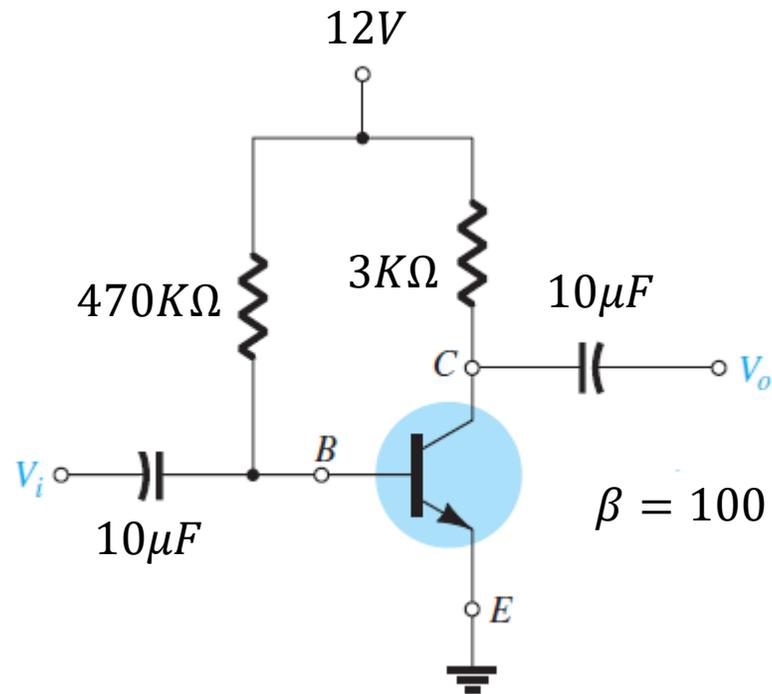
$$A_i = \frac{I_o}{I_i} \cong \frac{\beta I_b}{I_b} \cong \beta$$

O sinal negativo do ganho de tensão revela que as tensões de entrada e saída estão defasadas em  $180^\circ$

# Exercício 1

**Exercício:** De acordo com o circuito abaixo calcule (considere que  $r_o = \infty\Omega$ ):

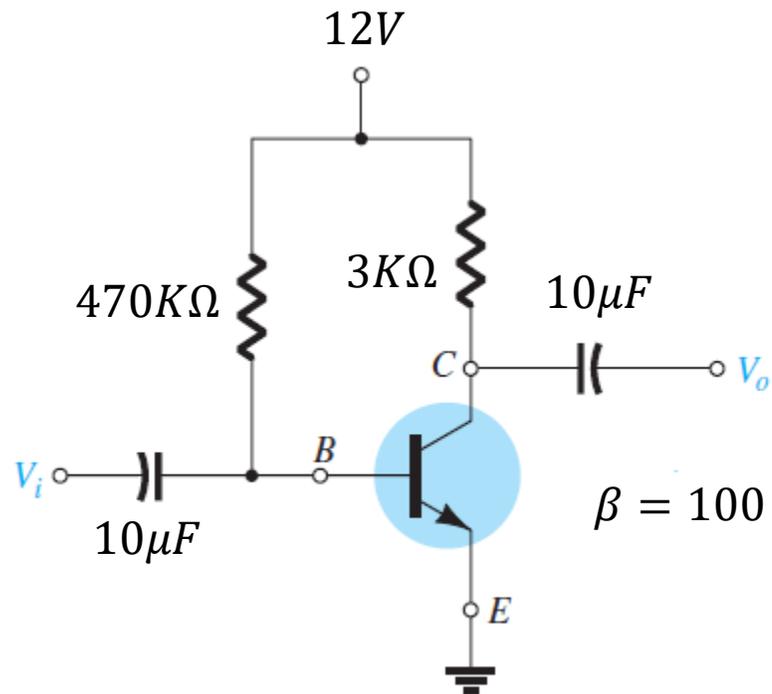
- $r_e$
- $Z_i$
- $Z_o$
- $A_v$
- $A_i$



# Exercício 1

**Exercício:** De acordo com o circuito abaixo calcule (considere que  $r_o = \infty\Omega$ ):

## Análise DC



$$I_b = \frac{12 - 0,7}{470K} = 24,04\mu A$$

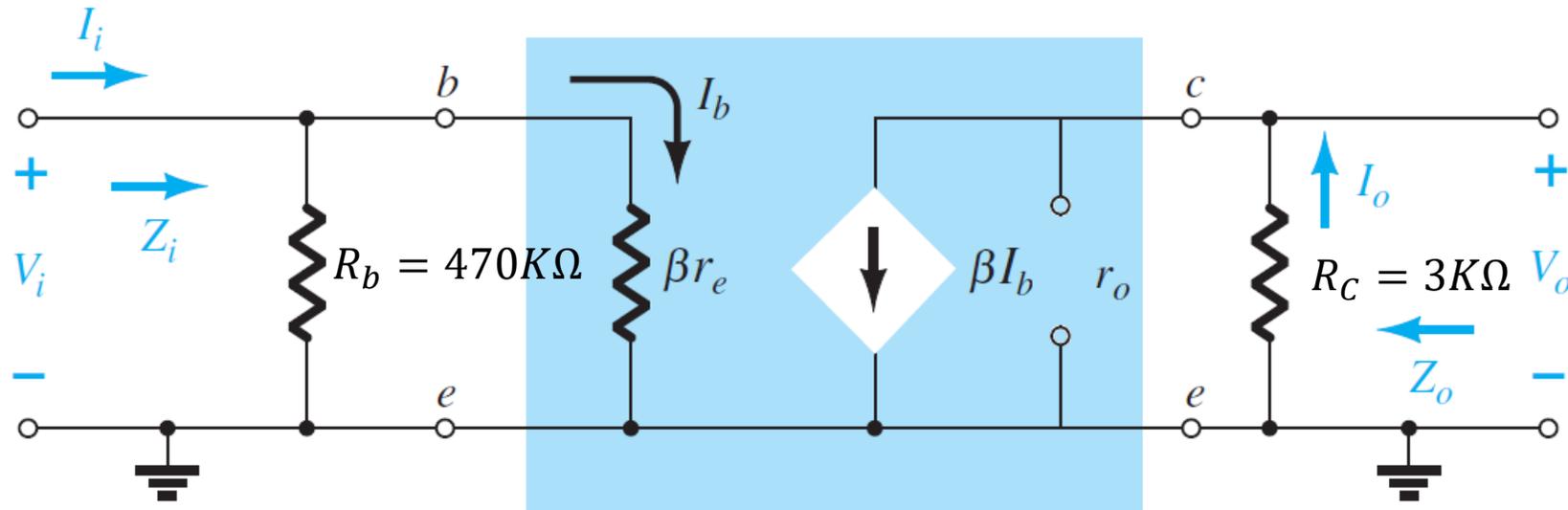
$$I_E = (\beta + 1) \cdot I_b = 101 \cdot 24,04\mu = 2,428mA$$

$$V_{CE} = 12 - 100 \cdot 24,04\mu \cdot 3000 = 4,78V \text{ (OK)}$$

# Exercício 1

**Exercício:** De acordo com o circuito abaixo calcule (considere que  $r_o = \infty\Omega$ ):

**Análise AC**



$$r_e = \frac{26m}{I_E} = \frac{26m}{2,428m} = 10,71\Omega$$

$$\beta r_e = 10,71 \cdot 100 = 1,071K\Omega$$

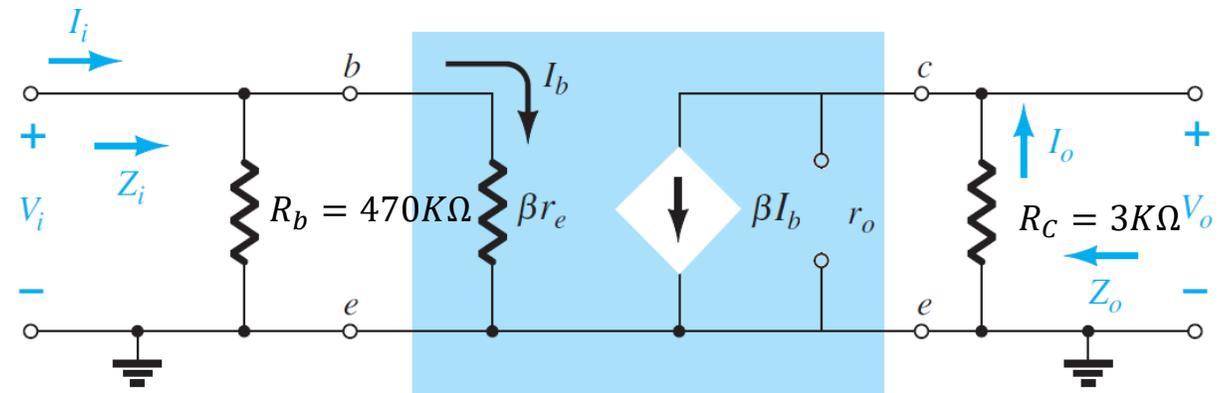
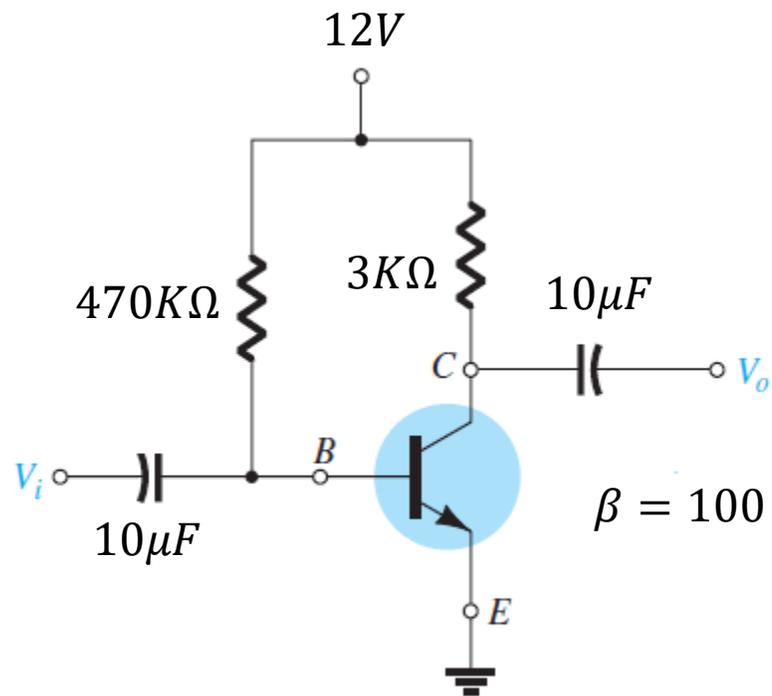
$$Z_i = R_b \parallel \beta r_e = 1,069K\Omega$$

$$A_v = -\frac{R_c}{r_e} = -\frac{3K}{10,71} = -280,11$$

$$A_i \cong \beta = 100$$

# Exercício 2

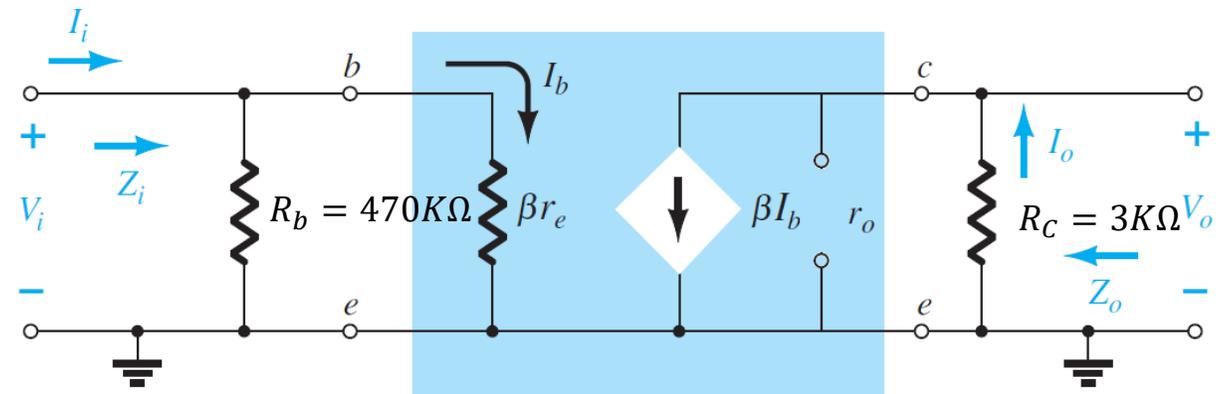
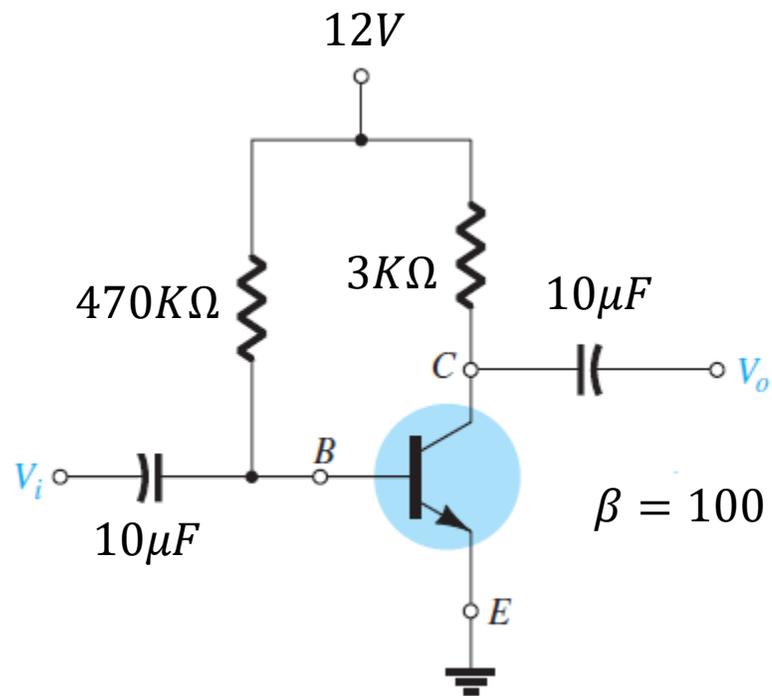
**Exercício:** Tendo como base a regra 10:1, Qual a frequência de entrada mínima considerando o capacitor de acoplamento de  $10\mu F$ ?



$$Z_i = R_b \parallel \beta r_e = 1,069K\Omega$$

# Exercício 2

**Exercício:** Tendo como base a regra 10:1, Qual a frequência de entrada mínima considerando o capacitor de acoplamento de  $10\mu F$ ?

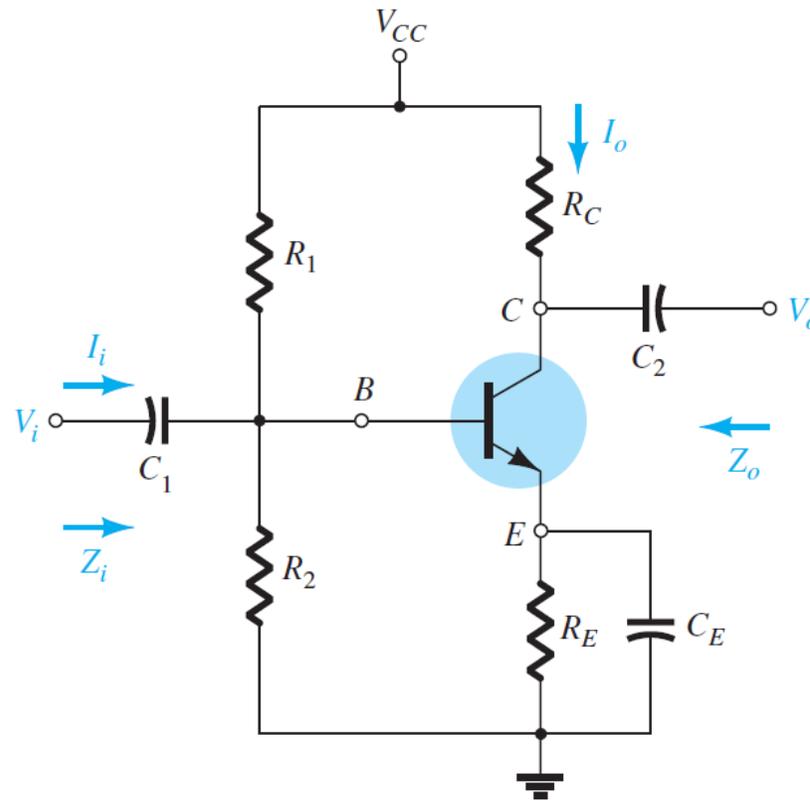


$$Z_i = 1,069K\Omega \quad f_{min} = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot 0,1 \cdot Z_i}$$

$$f_{min} = \frac{1}{2\pi \cdot 10\mu \cdot 0,1 \cdot 1069} \cong 150Hz$$

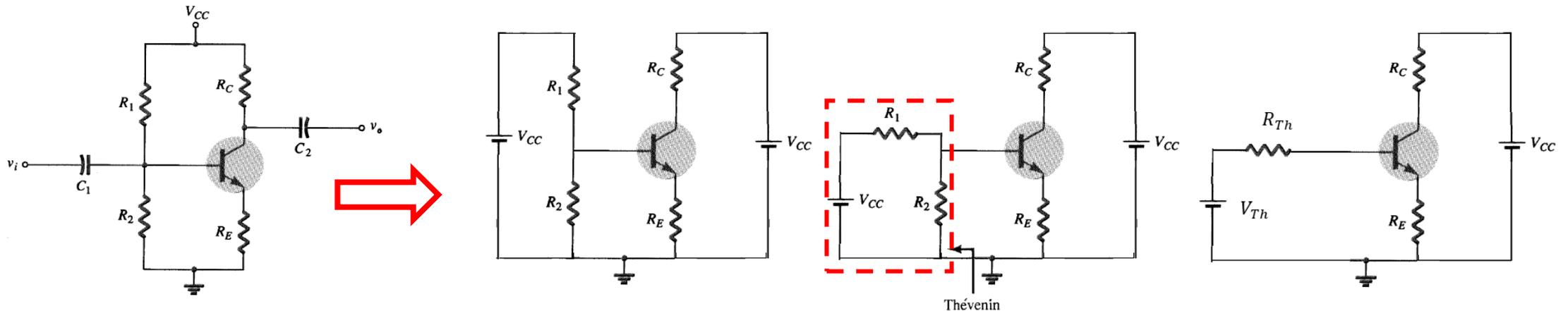
# Circuito com polarização por divisor de tensão

Relembrando: Entre as 3 polarizações estudadas (polarização fixa, polarização estável e polarização por divisor de tensão) a polarização por divisor de tensão (PDT) apresenta a maior estabilidade em relação ao ponto Q. Para termos uma boa PDT,  $\beta R_e > 10R_2$ .



# Circuito com polarização por divisor de tensão

Na aula anterior vimos que para a análise DC temos:



$$V_{Th} = \frac{V_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad e \quad R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

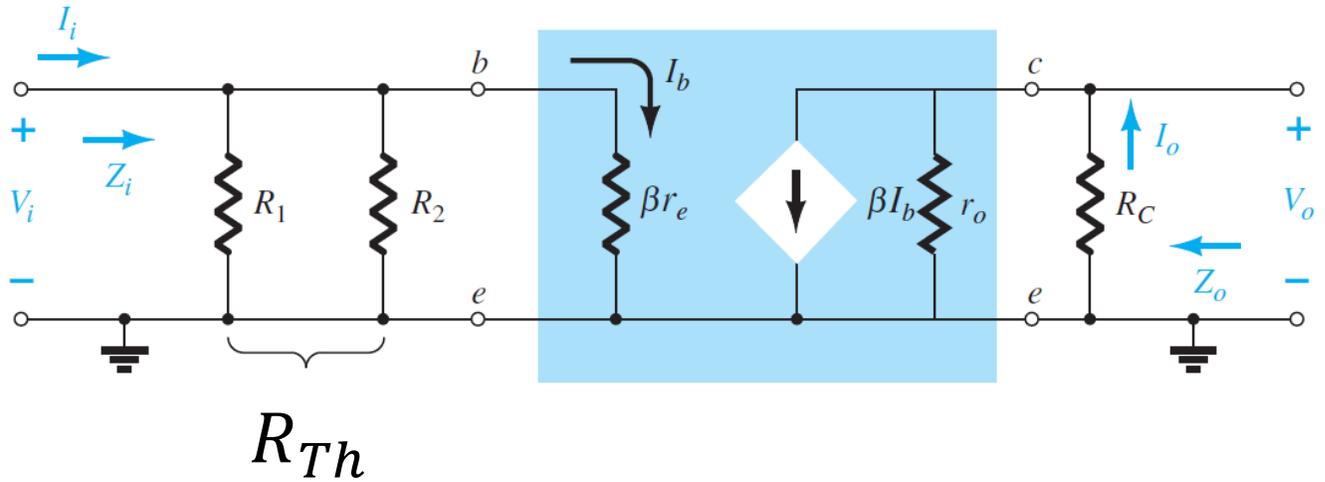
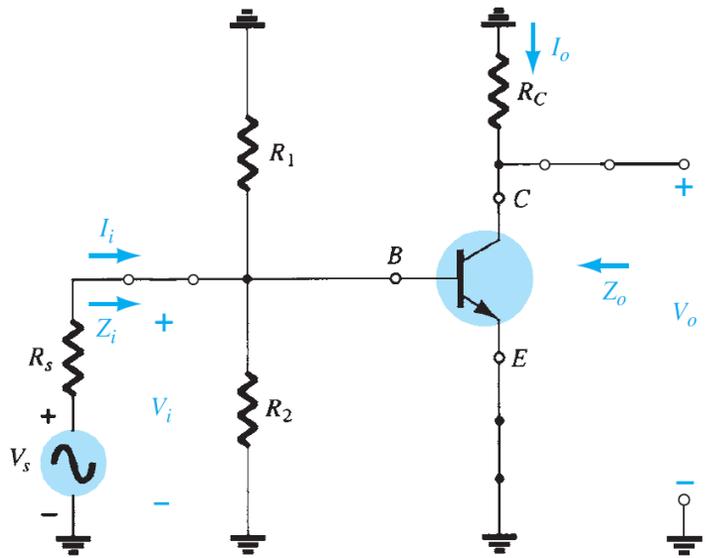
$$I_B = \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + (\beta + 1) \cdot R_E}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_E + R_C)$$

$i_C \cong i_E$

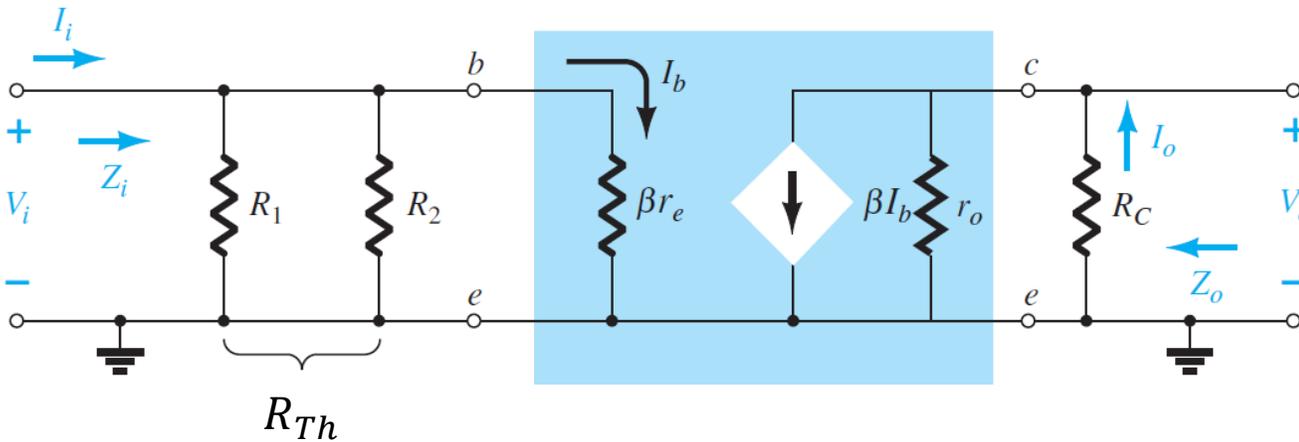
# Polarização por Divisor de Tensão

Considerando as fontes CC em curto-circuito e o comportamento ideal dos capacitores de acoplamento e passagem, temos:



# Polarização por Divisor de Tensão

Para a análise AC temos (considerando  $r_o = \infty\Omega$ ):



$$Z_i = R_{Th} \parallel \beta r_e = \frac{R_{Th} \cdot \beta r_e}{R_{Th} + \beta r_e}$$

$$Z_o = r_o \parallel R_c \cong R_c$$

$$V_o = -I_c R_c = -\beta I_b R_c$$

$$V_o = -\beta \left( \frac{V_i}{\beta r_e} \right) R_c$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A_v = -\frac{R_c}{r_e}$$

$$I_b = \frac{I_i \cdot R_{Th}}{\beta r_e + R_{Th}} \quad \therefore \frac{I_b}{I_i} = \frac{R_{Th}}{\beta r_e + R_{Th}}$$

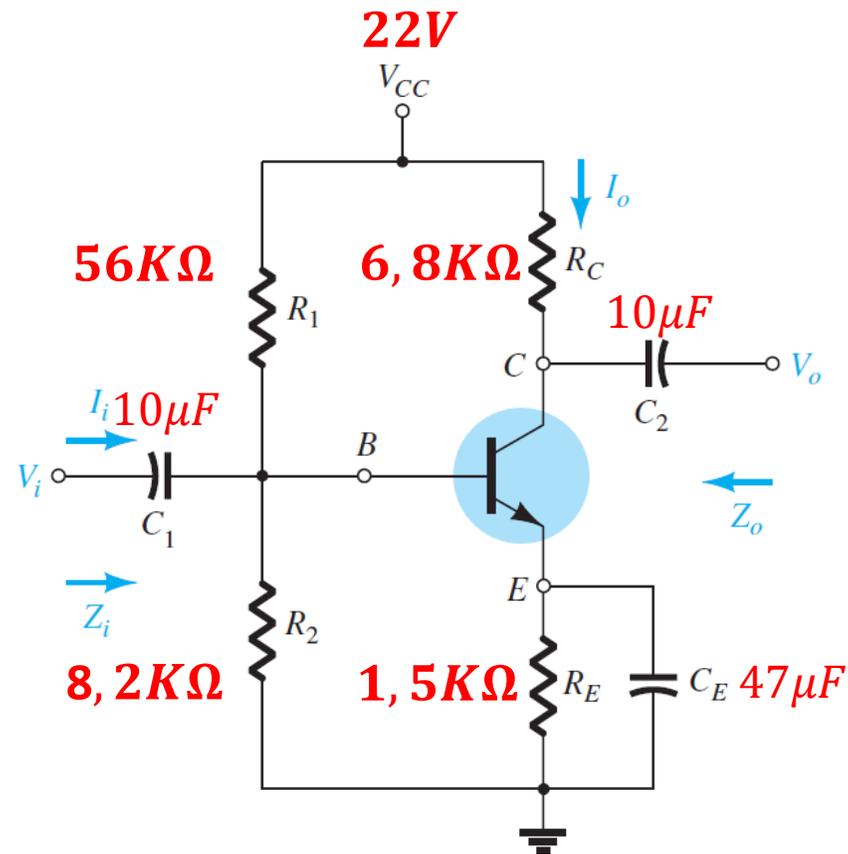
$$I_o = \beta I_b \quad \therefore \frac{I_o}{I_b} = \beta$$

$$\frac{I_o}{I_i} = A_i = \frac{I_b}{I_i} \cdot \frac{I_o}{I_b} = \frac{\beta R_{Th}}{\beta r_e + R_{Th}}$$

# Exercício 3

**Exercício:** De acordo com o circuito abaixo calcule (considere que  $r_o = \infty\Omega$ ):

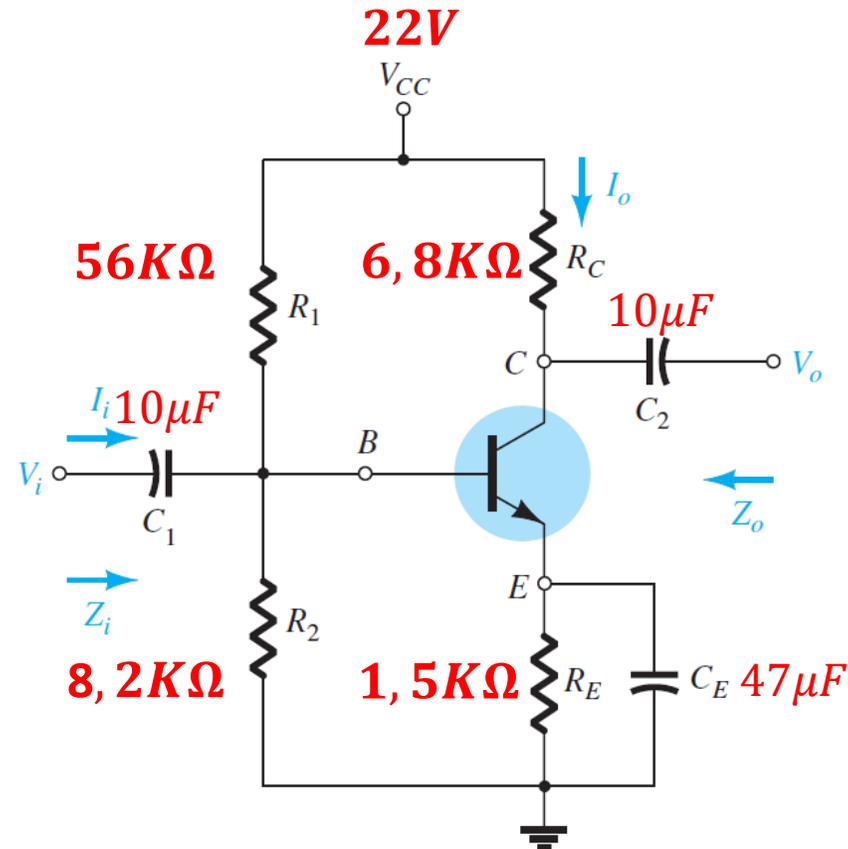
- $r_e$
- $Z_i$
- $Z_o$
- $A_v$
- $A_i$



# Exercício 3

**Exercício:** De acordo com o circuito abaixo calcule (considere que  $r_o = \infty\Omega$ ):

**Análise DC**



$$V_{Th} = \frac{V_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{22 \cdot 8,2K}{8,2K + 56K} = 2,81V$$

$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{56K \cdot 8,2K}{56K + 8,2K} = 7,153K\Omega$$

$$I_B = \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + (\beta + 1) \cdot R_E} = \frac{2,81 - 0,7}{7,153K + (91) \cdot 1,5K}$$

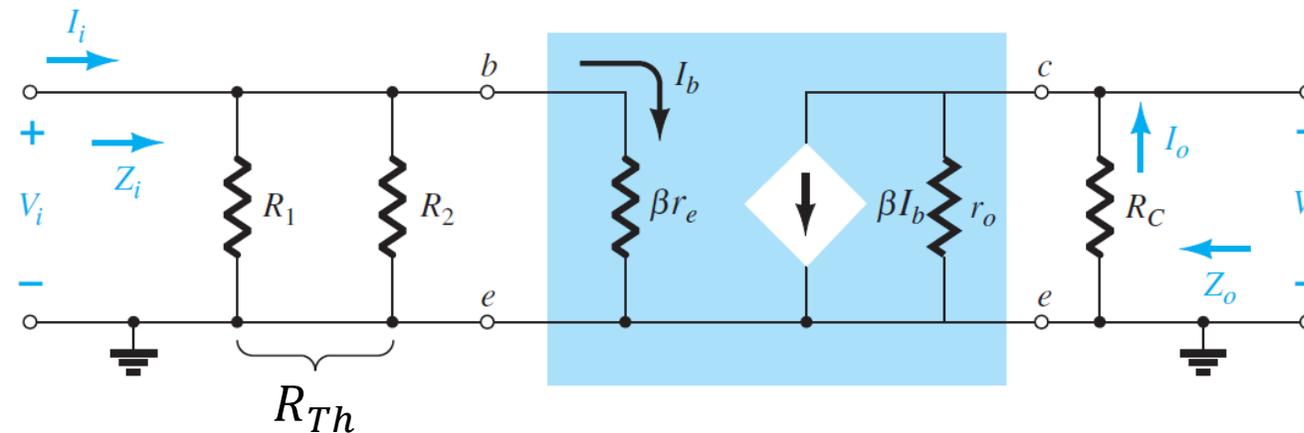
$$I_B = 14,69\mu A \quad I_E = (91) \cdot 14,69\mu = 1,35mA$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C (R_E + R_C) = 10,9V \quad (\text{OK})$$

# Exercício 3

**Exercício:** De acordo com o circuito abaixo calcule (considere que  $r_o = \infty\Omega$ ):

**Análise AC**



$$r_e = \frac{26m}{I_E} = \frac{26m}{1,35m} = 19,25\Omega$$

$$Z_i = R_{Th} \parallel \beta r_e = \frac{7,15K \cdot 90 \cdot 19,25}{7,15K + 90 \cdot 19,25} = 1,39K\Omega$$

$$Z_o = R_C = 6,80K\Omega$$

$$A_v = -\frac{R_C}{r_e} = -\frac{6,80K}{19,25} = -353,25$$

$$A_i = \frac{\beta R_{Th}}{\beta r_e + R_{Th}} = \frac{90 \cdot 7,15K}{90 \cdot 19,25 + 7,15K}$$

$$A_i \cong 70$$